

**I. ALGEBRA:**

1) a) Rechengesetze für Potenzen:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad a^x : a^y = a^{x-y} \quad a^x \cdot b^x = (ab)^x \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

b) n-te Wurzel von a:  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

c) Vereinfachen:  $\frac{a^8 + a^5}{a^6 + a^3} = \frac{a^5(a^3 + 1)}{a^3(a^3 + 1)} = a^{5-3} = a^2$

$$(3x)^{-n+1} : (3x^{1-2n}) = 3^{-n+1} \cdot x^{-n+1} : (3 \cdot x^{1-2n}) = 3^{-n+1} \cdot x^{-n+1} \cdot 3^{-1} \cdot x^{-(1-2n)} = \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

$$\sqrt[6]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^4} \cdot \sqrt[6]{a^7} : a = a^{\frac{2}{6}} \cdot a^{\frac{4}{6}} \cdot a^{\frac{7}{6}} \cdot a^{-1} = a^{\frac{7}{6}}$$

2) Polynomdivision:  $(4x^4 + x^3 - 12x^2 + 5x + 2) : (4x + 1) = x^3 - 3x + 2$

3) a) Erdvolumen:  $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 = 1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$

b) Art der Funktion:  $V(r) \sim r^3$  ist eine Potenzfunktion 3. Grades.  
 $r \in \mathbb{R}$   
 punktsymmetrisch zum Nullpunkt,  $V(-r) = -V(r)$

3)  $f_1: x \mapsto y = 2^x$  (Wachstumsfunktion) und  $f_2: x \mapsto y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  (Zerfallsfunktion):

4)

a) Zerfallsgesetz:  $f(t) = f(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}} = f(0) \cdot 0,917^t$ ,  $t$  in Tagen

b) nach 2 Monaten (=60Tage):

$$f(60) = f(0) \cdot 0,917^{60} \Rightarrow \frac{f(60)}{f(0)} = 0,917^{60} = 0,0055 = 0,55\%$$

5) Rechengesetze für Logarithmen:

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v \quad \log_a(u : v) = \log_a u - \log_a v \quad \log_a a^x = x \cdot \log_a a$$

Lösungsmenge für  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $2 \lg x = \lg x - \lg(1+x)$   $/ - \lg x$

$$\lg x = -\lg(1+x)$$

$$\lg x = \lg(1+x)^{-1}$$

$$x = (1+x)^{-1}$$

$/$ potenzieren

$$/ \cdot (1+x)$$

$$(1+x) \cdot x = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \quad \mathbb{L} = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$