2 Die Gleichung $s\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ bzw. das Gleichungssystem

$\begin{cases} s+t=1 \\ -t=1 \\ -t=1 \end{cases}$ ist eindeutig lösbar ($s=2$, $t=-1$), also schneidet g die x_1-Achse.

3 a) $S(3|0)$ b) $S(-1|-1)$ c) $S(-1|-2)$ d) $S(\frac{37}{17}|\frac{15}{17})$

4 a) $S(0|5)$ b) $S(-\frac{1}{3}|-\frac{2}{3})$ c) $S(3|-2|4)$ d) $S(3|-13|9)$

5
a) g, h parallel und verschieden
b) $g=h$
c) g, h schneiden sich in $S(0|3)$
d) $g=h$
e) g, h schneiden sich in $S(\frac{3}{4}|-\frac{1}{4})$
f) g, h schneiden sich in $S(\frac{1}{8}|\frac{3}{8})$

6
a) $r=3$, $s=-2$, $A(2|1)$; $r=4$, $t=0$, $B(5|-1)$; $s=-1$, $t=1$, $C(3|4)$
b) $r=-1$, $s=\frac{1}{2}$, $A(2|-3|1)$; $r=3$, $t=-1$, $B(-6|5|5)$; $s=-1$, $t=0$, $C(5|3|-8)$

7 Es ergeben sich drei lineare Gleichungen für die Parameter s und t. Aus zwei dieser Gleichungen berechnet man s und t und zeigt dann, daß die gefundenen Werte auch der dritten Gleichung genügen.
a) $S(3|3|2)$ b) $S(0|-2|-2)$ c) $S(1|1|1)$ d) $S(-4|3|-1)$

8
a) g und h sind parallel und verschieden.
b) g und h sind windschief.
c) g und h schneiden sich in $S(2|1|3)$.
d) g und h schneiden sich in $S(-5|-15|1)$.
e) g und h sind windschief.
f) g und h schneiden sich in $S(4|0|6)$.

9
a) g, h und i sind paarweise windschief.
b) g und h schneiden sich in $S(2|2|1)$;
h und i schneiden sich in $S(1|3|1)$;
g und i sind windschief.

10 a)

	parallel	schneidend	windschief
g	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$
h	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\8\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\5\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\8\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\8\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$
i	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-5\\2\\1\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

b)

	parallel	schneidend	windschief
g	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$
h	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$
i	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}$	$\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$	$\vec{x}=t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

11 Die vier Raumdiagonalen des Einheitswürfels

d_1: $\vec{x}=t\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, d_2: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$, d_3: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$, d_4: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$

schneiden sich im Punkt $S(\frac{1}{2}|\frac{1}{2}|\frac{1}{2})$.

12 $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\0\\-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-4\\4\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix}5\\-4\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}$ ist ein Vielfaches des Richtungsvektors von g, also ist die Dreiecksseite [BC] parallel zu g. Der Punkt B liegt nicht auf g, denn die Gleichung

$$\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$$

hat keine Lösung. Also liegt [BC] nicht auf g.

13 Die Geraden g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-2\\2\\2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ in Fig. 44.1 sind windschief.

Die Geraden g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}1,5\\4\\-2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$ in Fig. 44.2 schneiden sich in $S(1|\frac{8}{3}|\frac{2}{3})$.

14 a) AB: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, CD: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Das Gleichungssystem $\left\{ \begin{aligned} -4r - s &= -4 \\ -2s &= -1 \\ r &= 0 \end{aligned} \right.$ hat keine Lösung.

b) Die Seitenmittelpunkte sind
$M_1(3|2|0{,}5)$, $M_2(1|1{,}5|0{,}5)$,
$M_3(1{,}5|2|0)$, $M_4(3{,}5|2{,}5|0)$ (vgl. Fig. 20).

c) Es gilt
$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_4M_3} = \begin{pmatrix} -2 \\ -0{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

d) Die Geraden AC: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und BD: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ sind windschief.

15 g, h sind parallel und verschieden;
g, i sind windschief;
g, j sind windschief;
h, i, j schneiden sich in $S(-4|4|6)$.

16 Fig. 45.2: Die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ sind windschief.

Fig. 45.3: Die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ -3{,}5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$ sind windschief.

17 Fig. 45.4:
g, h schneiden sich in $S(\frac{2}{3}|\frac{7}{3}|\frac{2}{3})$;
g, i schneiden sich in $T(1|3|\frac{1}{2})$;
g, j sind windschief;
h, i schneiden sich in E (vgl. Fig. 45.4);
h, j schneiden sich in B (vgl. Fig. 45.4);
i, j sind windschief.

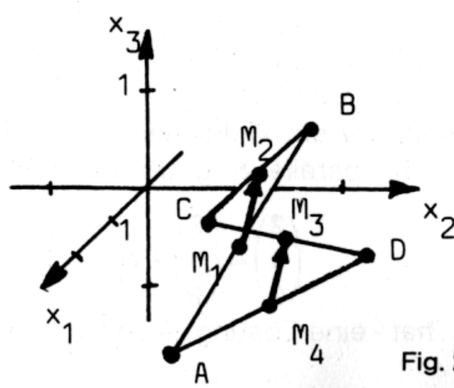

Fig. 20

Fig. 45.5:
g, i sind windschief; h, j sind windschief;
die vorliegenden Schnittpunkte entnehme man aus Fig. 45.5.

18 $A(0|0|0)$, $B(2|2|4)$, $C(4|2|5)$, $D(2|0|1)$ (vgl. Fig. 21).

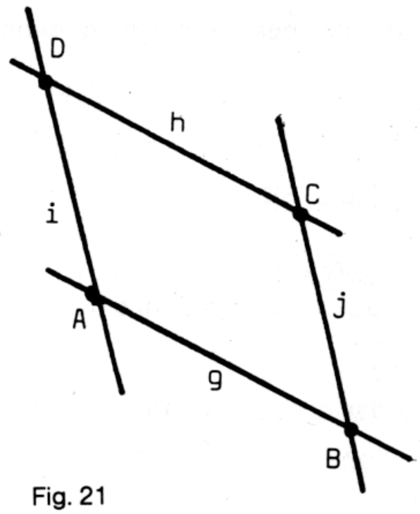

Fig. 21

19 a) Die Geraden g, h sind genau dann parallel, wenn $a=\frac{10}{3}$. Sie sind gleich, wenn darüber hinaus $b=-5$. Sie schneiden sich für $a \neq \frac{10}{3}$.

b) Die Geraden g, h sind genau dann parallel, wenn $a=-\frac{2}{5}$. Sie sind gleich, wenn darüber hinaus $b=\frac{1}{2}$. Sie schneiden sich für $a \neq -\frac{2}{5}$.

20 a) Für $t=-2$ sind g_{-2} und h_{-2} identisch.

b) Für $t=2$ sind g_2 und h_2 parallel.
Für $t=-2$ sind g_{-2} und h_{-2} identisch.

21 a) Für $t=-1$ schneiden sich g_{-1} und h_{-1} in $S(-1|9|2)$ $(r=2;\ s=-3)$.
Für $t \neq 1$ sind g_t und h_t windschief.

b) Beachte: Für $t=-2$ sind g_{-2} und h_{-2} parallel.
Für $t=\frac{5}{2}$ schneiden sich $g_{\frac{5}{2}}$ und $h_{\frac{5}{2}}$ in $S(\frac{5}{3}|\frac{20}{3}|\frac{16}{3})$ $(r=-\frac{4}{9};\ s=\frac{1}{3})$.
Für $t \neq -2$ und $t \neq \frac{5}{2}$ sind g_t und h_t windschief.

c) g_t und h_t schneiden sich für alle $t \in \mathbb{R}$ in $S(1|4|t)$ $(r=2;\ s=0)$.

d) Für $t=1$ schneiden sich g_1 und h_1 in $S(3|-1|5)$ $(r=-2;\ s=3)$.
Für $t=6$ schneiden sich g_6 und h_6 in $S(\frac{19}{3}|\frac{17}{3}|15)$ $(r=\frac{4}{3};\ s=\frac{19}{3})$.