

Lösung zu S.154/1h:

$$f(x) = \frac{|x|+1}{|x+1|} = \begin{cases} \frac{x+1}{x+1} & \text{für } x \geq 0 \\ \frac{-x+1}{-x+1} & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ \frac{x+1}{-x+1} = \frac{-x+1}{-x-1} & \text{für } x < -1 \end{cases}$$

NR :

$$x \geq 0 \wedge x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$$

$$x \geq 0 \wedge x+1 < 0 \text{ unmöglich!}$$

$$x < 0 \wedge x+1 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x < 0$$

$$x < 0 \wedge x+1 < 0 \Rightarrow x < -1$$

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x > 0 \\ \frac{-2}{(x+1)^2} & \text{für } -1 < x < 0 \\ \frac{2}{(x+1)^2} & \text{für } x < -1 \end{cases} \quad (\text{hier wurden einfach die drei Terme abgeleitet})$$

Die "Nahtstellen" sind nicht automatisch dabei!!! Gesonderte Untersuchung der "Nahtstellen":

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{(x+1)^2} = \frac{-2}{(0+1)^2} = -2 \end{array} \right\} \text{Grenzwerte verschieden} \Rightarrow \text{keine Abl. bei } x=0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-2}{(x+1)^2} = -\infty \quad \text{keine Ableitung bei } x = -1 !$$