S.105 ff

1 Ist E in Normalenform gegeben, also E: $(\vec{x}-\vec{p})\cdot\vec{n}=0$, dann gelten für den Ortsvektor $\vec{f}$ von F die Gleichungen $(\vec{f}-\vec{p})\cdot\vec{n}=0$ und $\vec{f}=\vec{r}+t\vec{n}$ mit $t\in\mathbb{R}$. Man setzt die zweite Gleichung in die erste ein und berechnet daraus $t=\frac{(\vec{p}-\vec{r})\cdot\vec{n}}{\vec{n}^2}$.

2 Der Abstand von E_1 beträgt $\sqrt{3}$, der Abstand von E_2 beträgt 1.

3

a) $d_P=3;\ d_Q=4;\ d_R=\frac{16}{3}$

b) $d_P=0;\ d_Q=10;\ d_R=\frac{4}{3}$

c) $d_P=2;\ d_Q=0;\ d_R=\frac{1}{3}$

d) $d_P=2;\ d_Q=5;\ d_R=1$

e) E: $6x_1+6x_2+7x_3=-22$
$d_P=3;\ d_Q=0;\ d_R=10$

f) E: $x_1+x_2-x_3=0$
$d_P=\frac{1}{3}\sqrt{3};\ d_Q=2\sqrt{3};\ d_R=2\sqrt{3}$

g) E: $2x_1+10x_2+11x_3=7$
$d_P=\frac{6}{5};\ d_Q=\frac{5}{3};\ d_R=\frac{20}{3}$

h) E: $x_1-x_2+2x_3=-4$
$d_P=0;\ d_Q=\frac{8}{3}\sqrt{6};\ d_R=2\sqrt{6}$

4 a) $\frac{11}{3}\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$ c) 2 d) 3 e) 7

f) E_1: $4x_1+8x_2+19x_3=29$; $\frac{7}{3}$ g) E_1: $2x_1-2x_2+x_3=3$; 0

5 a) $\frac{19}{\sqrt{605}}$ b) $\frac{19}{\sqrt{321}}$ c) $\frac{19}{\sqrt{771}}$

6 E_1: $2x_1+2x_2-x_3=6$
E_2: $-6x_1+18x_2-x_3=38$

7 E_1: $3x_1+4x_2 = -20$
E_2: $3x_2+4x_3 = 0$
E_3: $3x_1 + 4x_3 = 12$

8 Es ist $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ und $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$. Das Volumen beträgt $V=\frac{1}{3}\cdot 100\cdot 20=\frac{2000}{3}$.

9 Z.B. die Punkte der Ebene E: $4x_1-5x_2-17x_3=132$, also etwa $P(33|0|0)$, $Q(44|2|2)$, $R(55|4|4)$.

10 a) Die Behauptung folgt sofort aus der Bedeutung der Hesseschen Normalenform.

b) (1) W_1: $\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}\vec{x}-6=0$, W_2: $\begin{pmatrix}-5\\7\\2\end{pmatrix}\vec{x}-3=0$

(2) W_1: $\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}\vec{x}-3=0$, W_2: $\begin{pmatrix}11\\17\\14\end{pmatrix}\vec{x}-10=0$ E_2: $\begin{pmatrix}2\\5\\14\end{pmatrix}\vec{x}+2=0$

(3) E_1: $\begin{pmatrix}4\\4\\-7\end{pmatrix}\vec{x}-3=0$, E_2: $\begin{pmatrix}1\\-8\\4\end{pmatrix}\vec{x}-5=0$

W_1: $\begin{pmatrix}5\\-4\\-3\end{pmatrix}\vec{x}-8=0$, W_2: $\begin{pmatrix}3\\12\\-11\end{pmatrix}\vec{x}+2=0$

11 a) Die Geraden haben alle den Richtungsvektor $\begin{pmatrix}3\\2\\-2\end{pmatrix}$; Stützvektoren sind $\vec{s}_1=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{s}_2=\begin{pmatrix}42\\-14\\0\end{pmatrix}$, $\vec{s}_3=\begin{pmatrix}-66\\44\\0\end{pmatrix}$, $\vec{s}_4=\begin{pmatrix}-24\\30\\0\end{pmatrix}$.

b) $t_1=0$, $P_1(0|0|0)$; $t_1=-35$, $P_2(-105|-70|70)$
$t_2=-21$, $P_3(-21|-56|42)$; $t_2=-56$, $P_4(-126|-126|112)$
$t_3=66$, $P_5(132|176|-132)$; $t_3=31$, $P_6(27|106|-62)$
$t_4=45$, $P_7(111|120|-90)$; $t_4=10$, $P_8(6|50|-20)$