

S.99

**3** a)  $4x_1 + 5x_2 - x_3 = 1$   
c)  $5x_1 + x_3 = -16$   
e)  $-2x_1 - x_2 + x_3 = 14$

b)  $x_1 + 2x_2 = 11$   
d)  $5x_1 + 7x_2 + x_3 = 5$   
f)  $5x_1 + x_3 = 0$

**4** a)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$

b)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

c)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

d)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = 0$

e)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

f)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

**5** a) nein      b) ja      c) nein      d) nein

**6** a)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} = 0$ ;  $9x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 29$

b)  $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$ ;  $4x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -9$

$$c) \bar{x} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} = 0; 4x_1 - 9x_2 + x_3 = 0$$

$$d) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0; 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5$$

$$e) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 3 \\ -11 \end{pmatrix} = 0; 25x_1 + 3x_2 - 11x_3 = -63$$

$$f) \bar{x} \cdot \begin{pmatrix} 26 \\ -19 \\ 3 \end{pmatrix} = 0; 26x_1 - 19x_2 + 3x_3 = 0$$

$$7 \quad a) \bar{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b) \bar{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \bar{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad d) \bar{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$e) \bar{x} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad f) \bar{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

8 a)  $E_2 = E_4$ ; sonst schneiden sich je zwei dieser Ebenen.

$$b) (1) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0; 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 22$$

$$(2) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = 0; 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 42$$

$$9 \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$10 \quad a) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \quad b) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$c) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \quad d) (\bar{x} - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$e) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix} = 0 \quad f) (\bar{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$$

**11**  $x_1, x_2$ -Ebene:  $\vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_1, x_3$ -Ebene:  $\vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_2, x_3$ -Ebene:  $\vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

**12** a)  $\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{e} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{f} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  oder  $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{f} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{e} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{f} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$  oder  $\vec{e} = \frac{1}{9\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{f} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**13** a)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$       c)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

**14** a) Ja, denn  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ .      b) Nein, denn  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \neq 0$ .

**15** a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_1 + x_2 = 2$       b)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_1 + x_2 - 2x_3 = 9$

c)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$       d)  $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$ ;  $x_1 + x_2 - 3x_3 = -5$

**16** a)  $D_1(3|0|0)$ ;  $D_2(0|3|0)$ ; die  $x_3$ -Achse schneidet E nicht.

$s_{12}: x_1 + x_2 = 3$ ;  $s_{13}: x_1 = 3$ ;  $s_{23}: x_2 = 3$

b)  $D_1(4|0|0)$ ;  $D_2(0|-\frac{8}{3}|0)$ ;  $D_3(0|0|8)$

$s_{12}: 2x_1 - 3x_2 = 8$ ;  $s_{13}: 2x_1 + x_3 = 8$ ;  $s_{23}: -3x_2 + x_3 = 8$