S.166/7a,b,c

$f_a(x) = x^2 + ax + \frac{1}{2}a^2$

a) Welche Scharkurve geht durch A(-2|1), B(-2|2), C(-2|4)?
A:

$$1 = (-2)^2 + a(-2) + \frac{1}{2}a^2$$

$$1 = 4 - 2a + \frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{1}{2}a^2 - 2a + 3 = 0$$

$$a_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2 \pm \sqrt{-2}}{1}$$

$\Rightarrow$Keine Scharkurve geht durch A.

Für B und C ähnliche Rechnungen erforderlich!

b) Welche Punkte der y-Achse sind Parabelpunkte?

$f_a(0) = 0^2 - a \cdot 0 + \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^2}{2} \geq 0$ d.h. alle Punkte aus {(0|y) | y≥0} sind Parabelpunkte auf der y-Achse.

c) Welche Scharkurve hat die Tangente y = 2x +2 ?
Gesucht wird ein x und ein a mit:

$$\text{(I)} \quad m = f_a'(x) = 2 \Rightarrow 2x + a = 2 \Rightarrow x = \frac{2-a}{2}$$

$$\text{(II)} \; f_a(x) = 2x + 2 \Rightarrow x^2 + ax + \frac{a^2}{2} = 2x + 2 \Rightarrow x^2 + (a-2)x + \frac{a^2}{2} - 2 = 0$$

Am besten löst frau (I) nach x auf und setzt den Term in (II) ein:

$$\left(\frac{2-a}{2}\right)^2 + (a-2)\frac{2-a}{2} + \frac{a^2}{2} - 2 = 0$$

$$\frac{(2-a)^2}{4} - \frac{(2-a)^2}{2} + \frac{a^2}{2} - 2 = 0$$

$$\frac{(2-a)^2}{4} - \frac{2(2-a)^2}{4} + \frac{a^2}{2} - 2 = 0$$

$$-\frac{(2-a)^2}{4} + \frac{a^2}{2} - 2 = 0$$

$$\frac{-4 + 4a - a^2}{4} + \frac{2a^2 - 8}{4} = 0$$

$$\frac{-12 + 4a + a^2}{4} = 0$$

$$a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$a_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2}$$

Die Scharkurven mit a=2 und a=-6 haben die obige Tangente.