Lösungen für den 16.03.2005

6. d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{a}{2}\right\}$

$2x + a = 2(2x - a) \quad \Leftrightarrow \quad 2x + a = 4x - 2a \quad \Leftrightarrow \quad 2x = 3a \;\Leftrightarrow\; x = \frac{3}{2}a$

Ergebnis: $\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{2}a\right\}$ (da a nicht 0 sein kann.)

7. b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-b; 2b\}$; $\quad \frac{(x+b)(x+b)}{(x-2b)(x+b)} - \frac{(x+2b)(x-2b)}{(x-2b)(x+b)} = 0 \quad |\cdot HN$

$x^2 + 2bx + b^2 - \left(x^2 - 4b^2\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2bx + b^2 + 4b^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2bx = -5b^2$

<u>1. Fall:</u> b = 0: $0 \cdot x = 0$ <u>2. Fall:</u> $b \neq 0$: $x = \frac{-5b^2}{2b} = -\frac{5}{2}b$

Dies ist wahr für alle Werte von x.

Ergebnis: $\mathbb{L} = \begin{cases} \left\{-\frac{5}{2}b\right\} & \text{für } b \neq 0 \\ \mathbb{Q} \setminus \{0\} & \text{für } b = 0 \end{cases}$

8. b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-t; t\}$; $\quad \frac{-(x-t)}{(x+t)(x-t)} + \frac{x+t}{(x+t)(x-t)} = \frac{2t}{(x+t)(x-t)} \quad |\cdot HN$

$-x + t + x + t = 2t \quad \Leftrightarrow \quad 2t = 2t$ Dies ist wahr für alle Werte von x.

Ergebnis: $\mathbb{L} = \mathbb{Q} \setminus \{-t; t\}$

12. $u = 2a + 2b$; $F = a\,b \;\Rightarrow b = \frac{F}{a} \;\Rightarrow u = 2a + 2\cdot\frac{F}{a}$; $\; u - 2a = \frac{2}{a}\cdot F \Leftrightarrow F = \frac{a}{2}\cdot(u - 2a)$

23. $\frac{a+x}{b+x} = \frac{b}{a} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{(a+x)\cancel{a}}{(b+x)\cancel{a}} = \frac{b\cancel{(b+x)}}{a\cancel{(b+x)}} \quad \Rightarrow \quad a^2 + ax = b^2 + bx \;\Leftrightarrow\; x\cdot(a-b) = -\left(a^2 - b^2\right)$

<u>1. Fall:</u> a – b = 0, d.h. a = b: $x \cdot 0 = 0$ Dies ist wahr für alle Werte von x.

<u>2. Fall:</u> $a \neq b$: $x = \frac{-(a-b)(a+b)}{a-b} = -(a+b)$

Ergebnis: wenn Zähler = Nenner, dann kann man eine beliebige Zahl zu Zähler und Nenner addieren, wenn Zähler ≠ Nenner, muss die Gegenzahl zur Summe aus Zähler und Nenner zu Zähler und Nenner addieren. $\frac{3-(3+4)}{4-(3+4)} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$

9. b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{a-b; b-a\}$; $\quad \frac{1}{b(x+a-b)} + \frac{1}{a(x+b-a)} = \frac{1}{x^2 - \left(a^2 - 2ab + b^2\right)}$

$$\frac{1}{b[x+(a-b)]} + \frac{1}{a[x-(a-b)]} = \frac{1}{x^2 - (a-b)^2}$$

$$\frac{a[x-(a-b)]}{ab[x+(a-b)]\cdot[x-(a-b)]} + \frac{b[x+(a-b)]}{a[x-(a-b)]} = \frac{ab}{ab[x+(a-b)]\cdot[x-(a-b)]} \quad |\cdot HN$$

$a[x-(a-b)] + b[x+(a-b)] = ab \quad \Leftrightarrow \quad ax - a^2 + ab + bx + ab - b^2 = ab$

$(a+b)x = a^2 - ab + b^2$ <u>1. Fall:</u> $a + b \neq 0$: $x = \frac{a^2-ab+b^2}{a+b}$

<u>2. Fall:</u> $a + b = 0$, d.h. a = –b: $0 \cdot x = (-b)^2 - (-b)b + b^2 = 3b^2$ Dies ist wahr für alle Werte von x, wenn b = 0 (= a) und ist nicht wahr für alle Werte von x, wenn b (= –a) ≠ 0.

Ergebnis: $\mathbb{L} = \begin{cases} \left\{\frac{a^2-ab+b^2}{a+b}\right\} & \text{für } a + b \neq 0 \\ \{\;\} & \text{für } a = -b \neq 0 \\ \mathbb{Q} \setminus \{a-b; b-a\} & \text{für } a = b = 0 \end{cases}$