

Lösungen für die Woche vom 11. - 15.10.2004

Puzzle: Addition und Subtraktion von Bruchtermen

Schritt	Brüche	Bruchterme
Beispielaufgabe:	$\frac{119}{170} + \frac{133}{285}$	$\frac{2x}{x^2-1} - \frac{x-2}{x^2-3x+2}$
Zähler und Nenner faktorisieren (in Faktoren zerlegen).	$\frac{7 \cdot 17}{2 \cdot 5 \cdot 17} + \frac{7 \cdot 19}{3 \cdot 5 \cdot 19}$	$\frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-2}{(x-1)(x-2)}$
Wenn möglich: einzelne Brüche durch Kürzen vereinfachen	$\frac{7}{2 \cdot 5} + \frac{7}{3 \cdot 5}$	$\frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x-1}$
kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) aller Nenner für den Hauptnenner bestimmen.	$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}$ $2 \cdot 3 \cdot 5 = \text{kgV} = \text{HN}$	$\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ $(x-1)(x+1) = \text{kgV} = \text{HN}$
Alle Brüche auf den Hauptnenner erweitern.	$\frac{21}{2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{14}{2 \cdot 3 \cdot 5}$	$\frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{1(x+1)}{(x-1)(x+1)}$
Zähler miteinander verrechnen (Klammern!), Nenner beibehalten.	$\frac{21+14}{2 \cdot 3 \cdot 5}$	$\frac{2x - (x+1)}{(x-1)(x+1)}$
Zähler vereinfachen.	$\frac{35}{2 \cdot 3 \cdot 5}$	$\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}$
Zähler faktorisieren.	$\frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 5}$	$\frac{1 \cdot (x-1)}{(x+1)(x-1)}$
Wenn möglich: Ergebnis durch Kürzen vereinfachen.	$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{x+1}$

Falsch oder richtig?

1. $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{10x^3}{20xy}$

Falsch: ohne Hauptnenner wurde Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner verrechnet (1. Fehler). Dabei wurden die Zahlen ohne Rücksicht auf die Variablen addiert (2. Fehler) und die Variablen multipliziert (3. Fehler).

2. $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{6x^2 + 4x}{5y + 15x}$

Falsch: ohne Hauptnenner wurde Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner addiert.

3. $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{18x^3 + 4xy}{15xy}$ Wahr: $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{6x^2 \cdot 3x}{5y \cdot 3x} + \frac{4x \cdot y}{15x \cdot y} = \frac{18x^3 + 4xy}{15xy}$

4. $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{18x^3 + 4xy}{30xy}$

Falsch: nach richtigem Erweitern auf den Hauptnenner wurde der Hauptnenner nicht beibehalten, sondern Nenner plus Nenner gerechnet.

5. $\frac{6x^2}{5y} + \frac{4x}{15x} = \frac{36x^3 + 8xy}{30xy}$

nicht falsch, aber nicht fertig. Da ein zu großer gemeinsamer Nenner gewählt wurde, fehlt am Ende ein Kürzen.

S. 17f

8. c) $\frac{5a \cdot 4}{9a \cdot 4} + \frac{(7-a) \cdot 3}{12a \cdot 3} = \frac{20a + 21 - 3a}{36a} = \frac{17a + 21}{36a}$

9. c) $\frac{1 \cdot 2x}{ax \cdot 2x} - \frac{a \cdot ax}{2x \cdot ax} + \frac{1 \cdot 2}{ax^2 \cdot 2} = \frac{2x - a^2x + 2}{2ax^2}$

11. b) $\frac{t-1}{2t^2} - \frac{t+1}{3t} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6t^2} = \frac{(t-1) \cdot 3}{2t^2 \cdot 3} - \frac{(t+1) \cdot 2t}{3t \cdot 2t} + \frac{1 \cdot t^2}{6 \cdot t^2} + \frac{5}{6t^2}$
 $= \frac{3t - 3 - 2t^2 - 2t + t^2 + 5}{6t^2} = \frac{-t^2 + t + 2}{6t^2}$

13. d) $\frac{4x}{1-x} - \frac{x}{x^2-1} = \frac{4x \cdot (x+1)}{-(x-1)(x+1)} - \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{-4x^2 - 4x - x}{(x-1)(x+1)} = -\frac{x(4x+5)}{x^2-1}$

14. c) $x + \frac{2x+1}{x+1} = \frac{x(x+1)}{x+1} + \frac{2x+1}{x+1} = \frac{x(x+1) + 2x+1}{x+1} = \frac{x^2 + 3x + 1}{x+1}$

17. h) $\frac{1+x}{x^2-x} - \left(\frac{2 \cdot x}{(x-1) \cdot x} - \frac{2 \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} \right) = \frac{1+x}{x(x-1)} - \frac{2x-2x+2}{x(x-1)} = \frac{1+x-2}{x(x-1)} = \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x}$

20. d) $\frac{25-x}{3 \cdot (4-x^2)} - \frac{1}{-x \cdot (4-x^2)} + \frac{x-2}{3x^2} = \frac{(25-x) \cdot x^2}{3 \cdot (4-x^2) \cdot x^2} + \frac{1 \cdot 3x}{x \cdot (4-x^2) \cdot 3x} + \frac{(x-2)(4-x^2)}{3x^2 \cdot (4-x^2)}$
 $= \frac{25x^2 - x^3 + 3x + 4x - x^3 - 8 + 2x^2}{3x^2 \cdot (4-x^2)} = \frac{-2x^3 + 27x^2 + 7x - 8}{3x^2 \cdot (4-x^2)}$