Regeln der Mathematik

6. Jahrgangsstufe Schuljahr 2004/2005

1) Zerlegt man ein Ganzes in mehrere, gleich große Teile, erhält man die Bruchteile. Man verwendet dafür die Bruchschreibweise, z.B. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ usw. Diese Brüche bezeichnet man als Stammbrüche.

2) Der Stammbruch $\frac{1}{1}$ hat den Wert 1 (ein Ganzes).

3) Fasst man mehrere gleich große Teile zusammen, erhält man einen Bruch, der ein Vielfaches eines Stammbruches ist. Mit diesen Brüchen kann man Teile eines Ganzen angeben, z. B. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5},$

4) In der Bruchschreibweise heißt die Zahl unterhalb des Bruchstriches Nenner; er gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze geteilt worden ist. Die Zahl oberhalb des Bruchstriches nennt man Zähler; er gibt an, wie viele der gleich großen Teile zusammengefasst worden sind.

5) Wenn der Zähler Null ist, hat der Bruch den Wert 0.

6) Die Zahl 0 kann nicht Nenner eines Bruches sein.

7) Brüche, deren Zähler kleiner als der Nenner ist, nennt man echte Brüche.

8) Brüche, deren Zähler mindestens so groß wie der Nenner ist, nennt man unechte Brüche.

9) Brüche, deren Zähler Null oder ein Vielfaches des Nenners ist, nennt man Scheinbrüche. Der Wert eines Scheinbruchs ist gleich einer nichtnegativen ganzen Zahl.

10) Alle unechten Brüche, die keine Scheinbrüche sind, kann man auch als gemischte Zahlen schreiben. Jede gemischte Zahl besteht aus einer natürlichen Zahl und einem echten Bruch!

11) Jeder Quotient aus zwei natürlichen Zahlen lässt sich als Bruch schreiben; dabei wird der Dividend zum Zähler, der Divisor zum Nenner.

12) Der Wert des Anteils (= Bruch) eines Ganzen wird als Teil des Ganzen bezeichnet.

13) Der Teil eines Ganzen wird berechnet, indem man das Ganze durch die Gesamtzahl der gleichgroßen Teile (= Nenner) dividiert und anschießend mit dem Zähler multipliziert.

14) Der Wert des Anteils wird berechnet, indem man den Teil (des Ganzen) durch das Ganze dividiert; dabei erhält man einen Bruch.

15) Das Ganze wird berechnet, indem man den Teil durch den Zähler dividiert und das Ergebnis mit dem Nenner multipliziert.

16) Der Wert eines Bruches ändert sich nicht, wenn man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert; man nennt diesen Vorgang Erweitern.

17) Der Wert eines Bruches ändert sich nicht, wenn man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividiert; man nennt diesen Vorgang Kürzen.

18) Die Form eines Bruches, der nicht mehr gekürzt werden kann, in dem also Zähler und Nenner teilerfremd sind, nennt man die Grundform; der Bruch ist vollständig gekürzt.

19) Den kleinstmöglichen gemeinsamen Nenner mehrerer Brüche bezeichnet man als Hauptnenner.

20) Anteile eines Ganzen werden häufig als Prozent (%) angegeben. Dabei handelt es sich um Bruchteile mit dem Nenner 100.

21) Brüche in ihrer Grundform nennt man Bruchzahlen. Bruchzahlen kann man durch Bildpunkte auf der Zahlengeraden veranschaulichen. Zu jeder Bruchzahl gehören viele Brüche, die sich in der Form, nicht aber in ihrem Wert unterscheiden.

22) Es gibt auch negative Bruchzahlen; spiegelt man den Bildpunkt einer Bruchzahl auf der Zahlengeraden, so erhält man die Gegenzahl. Zahl und Gegenzahl haben den gleichen Betrag.

23) Alle positiven und negativen Bruchzahlen zusammen mit der Zahl 0 bilden die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen; die Menge $\mathbb{Q}$ enthält damit auch alle ganzen Zahlen.

24) Brüche, deren Nenner Zehnerstufenzahlen sind, können als Dezimalzahlen geschrieben werden. Die Dezimalschreiweise ist nur eine andere Schreibweise für Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000 usw.

25) Bei Dezimalzahlen trennt das Komma die Ganzen von den Teilen eines Ganzen.

26) Links vom Komma stehen die Einer, Zehner, Hunderter usw., rechts vom Komma die Zehntel, Hundertstel, Tausendstel usw..

27) Die Ziffern rechts vom Komma nennt man Dezimalen.

28) Dezimalzahlen lassen sich in der erweiterten Stellenwerttafel darstellen.

29) Der Wert einer Dezimalzahl bleibt gleich, wenn man rechts vom Komma Endnullen anhängt oder weglässt. Das entspricht dem Erweitern bzw. Kürzen mit Zehnerstufenzahlen.

30) Spiegelt man die Bildpunkte von Dezimalzahlen am Nullpunkt, erhält man die Bildpunkte ihrer Gegenzahlen. Jede Dezimalzahl und ihre Gegenzahl haben den gleichen Betrag.

31) Je weiter rechts der Bildpunkt einer Dezimalzahl auf der Zahlengeraden liegt, desto größer ist die Dezimalzahl.

32) Die Größe von Dezimalzahlen mit gleichem Vorzeichen vergleicht man, indem man sie stellenweise von links nach rechts vergleicht.

33) Bei der Umwandlung einer Dezimalzahl in einen Bruch wird der Dezimalteil, also die Ziffernfolge rechts vom Komma, zum Zähler des Zehnerbruchs; der Nenner ist diejenige Zehnerstufenzahl, die ebenso viele Nullen besitzt, wie der Dezimalteil Stellen hat.

34) Jeder Bruch, dessen Nenner eine Zehnerstufenzahl ist oder durch Kürzen und/oder Erweitern zu einer Zehnerstufenzahl gemacht werden kann, kann in eine Dezimalzahl umgewandelt werden.

35) Beim Runden von Dezimalzahlen gibt man statt des genauen Werts meist die nächstgelegene Einer-, Zehntel- oder Hundertstelzahl usw. an. Vor dem Runden muss man entscheiden, wie viele Dezimalen das Ergebnis haben soll.

36) Ist die erste wegzulassende Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet; ist die erste wegzulassende Ziffer 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird aufgerundet.

37) Bei gerundeten Zahlen dürfen Endnullen weder weggelassen noch angehängt werden.

38) Das Werfen eines Spielwürfels oder einer Münze, das Drehen eines Glückrades usw. sind Vorgänge, deren Ergebnis zufällig, also nicht vorhersagbar ist. Man nennt solche Vorgänge Zufallsexperimente.

39) Für die Auswertung der Ergebnisse von Zufallsexperimenten verwendet man häufig die Darstellung in einer Strichliste oder in einer Tabelle oder in einem Diagramm.

40) Man führt ein Zufallsexperiment mehrmals (n mal) durch (z.B. 200 mal). Tritt dabei ein bestimmtes Ergebnis k-mal auf, so bezeichnet man die Anzahl k als die absolute Häufigkeit dieses Ergebnisses.

41) Dividiert man die absolute Häufigkeit durch die Gesamtzahl der Experimente, so erhält man die relative Häufigkeit; sie ist der Bruch $\frac{k}{n}$.

42) Führt man ein Experiment sehr häufig durch, so verändert sich die relative Häufigkeit kaum noch; man spricht vom Gesetz der großen Zahlen.
43) Die relative Häufigkeit wird meist in der Prozentschreibweise angegeben.
44) Im täglichen Leben wird die relative Häufigkeit oft verwendet, um Anteile anzugeben.
45) Brüche, die den gleichen Nenner haben, nennt man gleichnamig.
46) Gleichnamige Brüche werden addiert bzw. subtrahiert, indem man ihre Zähler addiert bzw. subtrahiert und den gemeinsamen Nenner beibehält.
47) Gemischte Zahlen werden addiert bzw. subtrahiert, indem man jeweils sowohl die natürlichen Zahlen wie auch die Brüche addiert bzw. subtrahiert.
48) Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz gelten auch für die Addition von Brüchen und gemischten Zahlen
49) Ungleichnamige Brüche müssen vor dem Addieren bzw. dem Subtrahieren zunächst durch Erweitern der Brüche gleichnamig gemacht werden.
50) Den kleinsten gemeinsamen Nenner mehrerer Brüche nennt man Hauptnenner. Er ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der einzelnen Nenner.
51) Dezimalzahlen werden wie die Kommamaßzahlen bei Größen addiert bzw. subtrahiert. Dabei schreibt man die Dezimalzahlen stellenweise untereinander, sodass Komma unter Komma steht. Man addiert bzw. subtrahiert stellenweise und setzt im Ergebnis das Komma an die entsprechende Stelle.
52) Addiert bzw. subtrahiert man Dezimalzahlen nebeneinander, so füllt man nicht besetzte Dezimalstellen so mit Nullen auf, dass alle Zahlen gleich viele Dezimalen besitzen. Es wird dann wieder stellenweise addiert bzw. subtrahiert.
53) Auch bei der Addition bzw. Subtraktion von Dezimalzahlen gelten das Assoziativ- und das Kommutativgesetz.
54) Ein positiver Bruch wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der natürlichen Zahl multipliziert und den Nenner beibehält. Kürzen nicht vergessen!!
55) Eine Dezimalzahl wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, indem man zunächst ohne Rücksicht auf das Komma ausmultipliziert und dann dem Wert des Produkts so viele Dezimalen gibt, wie die Dezimalzahl Dezimalstellen hat.
56) Auch bei der Multiplikation von nicht negativen rationalen Zahlen mit natürlichen Zahlen gelten das Assoziativ- und das Kommutativgesetz,
57) Eine Dezimalzahl wird mit einer Zehnerstufenzahl so multipliziert, dass man das Komma um so viele Stellen nach rechts verschiebt, wie die Zehnerstufenzahl Nullen hat.
58) Ein Bruch wird durch eine natürliche Zahl dividiert, indem man den Nenner des Bruchs mit dieser natürlichen Zahl multipliziert und den Zähler beibehält. Kürzen nicht vergessen!!
59) Eine Dezimalzahl wird durch eine Zehnerstufenzahl dividiert, indem man das Komma um so viele Stellen nach links rückt, wie die Zehnerstufenzahl Nullen hat.
60) Eine Dezimalzahl wird durch eine natürliche Zahl dividiert, indem man wie bei natürlichen Zahlen dividiert, aber beim Überschreiten des Kommas des Dividenden auch im Wert des Quotienten ein Komma setzt.
61) Vertauscht man in einem Bruch Zähler und Nenner, erhält man seinen Kehrbruch.
62) Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man jeweils die Zähler miteinander und die Nenner miteinander multipliziert. Kürzen nicht vergessen!!
63) Dezimalzahlen werden zunächst ohne Rücksicht auf das Komma wie natürliche Zahlen miteinander multipliziert; das Komma wird dann im Ergebnis so gesetzt, dass der Wert des Produkts ebenso viele Dezimalen hat, wie die Faktoren zusammen besitzen.
64) Zwei Brüche werden dividiert, indem man den Dividend mit dem Kehrbruch des Divisors multipliziert. Kürzen nicht vergessen!!

65) Der Wert eines Quotienten ändert sich nicht, wenn man Dividend und Divisor mit der gleichen Zahl multipliziert.

66) Vor der Division von Dezimalzahlen werden Dividend und Divisor mit der gleichen Zehnerstufenzahl so multipliziert, dass der Divisor eine natürliche Zahl ist. Anschließend wird die Division wie die Division durch eine natürliche Zahl durchgeführt.

67) Jeder Bruch lässt sich in eine Dezimalzahl umwandeln, indem man den Zähler durch den Nenner dividiert.

a) Wenn der vollständig gekürzte Bruch einen Nenner besitzt, der ein Teiler einer Zehnerstufenzahl ist, erhält man eine abbrechende Dezimalzahl.

b) Bricht die Division nicht ab und bildet sich dabei eine Ziffer oder eine Zifferngruppe, die sich wiederholt, spricht man von einer periodischen Dezimalzahl. Die sich wiederholende Ziffer oder Zifferngruppe bezeichnet man als Periode.

c) Beginnt die Periode gleich nach dem Komma, so heißt die Dezimalzahl reinperiodisch, beginnt sie nicht gleich nach dem Komma, heißt sie gemischtperiodisch.

68) Ein Parallelogramm ist ein Viereck, in dem gegenüberliegende Seiten jeweils zueinander parallel und gleich lang sind.

69) In einem Parallelogramm heißt der Abstand zweier paralleler Seiten Höhe.

70) In einem Parallelogramm gibt es zwei verschiedene Höhen.

71) Der Flächeninhalt eines Parallelogramms ist das Produkt einer Seitenlänge mit der Länge zugehörigen Höhe. ($A = g \cdot h$)

72) Jedes Dreieck besitzt drei Seiten; jede Seite wird als Grundlinie bezeichnet.

73) Der Abstand einer Ecke eines Dreiecks von der gegenüberliegenden Seite (Grundlinie) wird als Höhe bezeichnet.

74) Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist das halbe Produkt der Länge einer Seite mit der Länge der zugehörigen Höhe. ($A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$)

75) Ein Trapez ist ein Viereck, in dem zwei gegenüberliegende Seiten (Grundlinien oder Parallelseiten) parallel sind; der Abstand dieser Seiten wird als Höhe des Trapezes bezeichnet.

76) Der Flächeninhalt eines Trapezes ist das Produkt aus der halben Summe der Längen der Parallelseiten und der Länge der Höhe. ($A = \frac{a+b}{2} \cdot h$)

77) Ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei deckungsgleiche Dreiecke, Vierecke, Fünfecke, ... sind und dessen Seitenflächen Rechtecke sind, heißt Prisma.

78) Alle Flächen, die ein Prisma begrenzen, bilden zusammen die Oberfläche.

79) Schneidet man die Oberfläche eines Prismas längs der Kanten auf, erhält man das Netz des Prismas.

80) Der Grundriss eines Körpers zeigt, wie der Körper senkrecht von oben betrachtet aussieht, der Aufriss, wie er von vorne betrachtet aussieht, und der Seitenriss, wie er von rechts aus betrachtet aussieht.

81) In einem Schrägbild werden Körper so dargestellt, dass die nach hinten verlaufenden Kanten schräg (als Diagonalen der Kästchen) und verkürzt (aus zwei Kästchen waag- oder senkrecht wird die Diagonale eines Kästchens) gezeichnet werden. Unsichtbare Kanten werden gestrichelt gezeichnet.

82) Der Rauminhalt (Das Volumen) eines Würfels mit der Kantenlänge 1 cm ist ein Kubikzentimeter (cm^3).

83) Die Umrechnungszahl bei Volumeneinheiten ist 1000.

a) $1\,m^3 = 1000\,dm^3$

b) $1\,dm^3 = 1000\,cm^3$

c) $1\,cm^3 = 1000\ mm^3$

d) $1\,km^3 = 1000000000\ m^3$

84) Neben den Volumeneinheiten werden die Raumeinheiten verwendet:

a) $1\,dm^3 = 1\,l = 1000\ ml = 1000\ cm^3$

b) $1\,hl = 100\ l = 0{,}1\,m^3$

85) Zur Berechnung des Volumens eines Quaders gibt man zunächst eine Maße (Länge, Breite, Höhe) in der gleichen Einheit an. Das Volumen eines Quaders ist das Produkt der Längenmaßzahlen der Länge, der Breite und der Höhe. ($V = l \cdot b \cdot h$)

86) Jede Zahl, die sich als Bruch $\frac{a}{b}$ mit $a \in Z$ und $b \in IN$ darstellen lässt, heißt rationale Zahl. Alle rationalen Zahlen zusammen bilden die Menge Q.

87) Jeder Bruch, dessen Wert eine ganze Zahl ist, heißt Scheinbruch.

88) Die rationale Zahl c ist größer als die rationale Zahl d (c>d), wenn der Bildpunkt der Zahl c auf einer Zahlengeraden rechts vom Bildpunkt der Zahl d liegt.

89) Von zwei negativen rationalen Zahlen ist stets diejenige die größere, die den kleineren Betrag besitzt.

90) Von zwei positiven Brüchen mit gleichem Nenner ist stets derjenige Bruch der größere, der den größeren Zähler besitzt.

91) Von zwei positiven Brüchen mit gleichem Zähler ist stets derjenige Bruch der größere, der den kleineren Nenner besitzt.

92) Stimmen zwei Brüche weder im Zähler noch im Nenner überein, so erweitert man so, dass die beiden Brüche entweder den gleichen Nenner oder den gleichen Zähler haben, und vergleicht dann ihre Größe.

93) Um zwei positive Dezimalzahlen zu vergleichen, sucht man die erste Stelle, in der sie sich unterscheiden; die Zahl mit der größeren Ziffer an dieser Stelle ist die größere Zahl.

94) Jede positive rationale Zahl ist größer als null, jede negative rationale Zahl kleiner als null.

95) Jede positive rationale Zahl ist größer als jede negative rationale Zahl.

96) Für die Addition zweier beliebiger rationaler Zahlen gelten die gleichen Regeln wie für die Addition zweier ganzer Zahlen:

a) Wenn die beiden Summanden das gleiche Vorzeichen besitzen, erhält der Wert der Summe das gemeinsame Vorzeichen und sein Betrag ist gleich dem Wert der Summe der Beträge der Summanden.

b) Wenn die beiden Summanden verschiedene Vorzeichen, aber den gleichen Betrag haben, dann ist der Wert der Summe 0.

c) Wenn die beiden Summanden verschiedene Vorzeichen und verschiedene Beträge haben, ist das Vorzeichen des Werts der Summe gleich dem Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag und der Betrag des Werts der Summe gleich dem Differenzwert der Beträge der beiden Summanden.

d) Wenn einer der beiden Summanden 0 ist, dann ist der Wert der Summe gleich dem anderen Summanden.

97) Die Subtraktion einer rationalen Zahl führt zum gleichen Ergebnis wie die Addition ihrer Gegenzahl.

98) Auch in der Menge der rationalen Zahlen gelten das Kommutativ- und das Assoziativgesetzt der Addition weiter.

99) Für die Multiplikation beliebiger rationaler Zahlen gelten die gleichen Rechenregeln wie für die Multiplikation der ganzen Zahlen:

Zwei rationale Zahlen werden multipliziert, indem man zunächst nur ihre Beträge multipliziert; das Ergebnis erhält dann ...

a) ... ein positives Vorzeichen, wenn beide Faktoren das gleiche Vorzeichen besitzen.

b) ... ein negatives Vorzeichen, wenn die beiden Faktoren verschiedene Vorzeichen besitzen.

100) Das Kommutativ- und das Assoziativgesetz gelten auch für die Multiplikation der rationalen Zahlen.

101) Ist mindestens ein Faktor 0, so ist der Produktwert ebenfalls 0.

102) Ist ein Faktor 1, so ist der Produktwert gleich dem anderen Faktor.

103) Ist ein Faktor –1, so ist der Produktwert die Gegenzahl des anderen Faktors.

104) Für die Division von Null verschiedener rationaler Zahlen gelten die gleichen Rechenregeln wie für die Division der ganzen Zahlen:

Zwei rationale, von Null verschiedene Zahlen werden dividiert, indem man zunächst nur ihre Beträge dividiert; das Ergebnis erhält dann ...

a) ... ein positives Vorzeichen, wenn Dividend und Divisor das gleiche Vorzeichen besitzen.

b) ... ein negatives Vorzeichen, wenn Dividend und Divisor verschiedene Vorzeichen besitzen.

105) Durch null darf man nicht dividieren.

106) Das Distributivgesetz gilt auch im Bereich der rationalen Zahlen:

a) Eine Summe wird mit einer Zahl multipliziert, indem man die Zahl mit jedem der Summanden multipliziert und anschließend die Produktwerte addiert.

b) Eine Differenz wird mit einer Zahl multipliziert, indem man die Zahl mit dem Minuend und dem Subtrahend multipliziert und anschließend die Produktwerte subtrahiert.

c) Eine Summe wird durch eine Zahl dividiert, indem man jeden Summanden durch die Zahl dividiert und anschließend die Quotientenwerte addiert.

d) Eine Differenz wird durch eine Zahl dividiert, indem man de Minuend und den Subtrahend durch die Zahl dividiert und anschließend die Quotientenwerte subtrahiert.

107) Auch in der Menge der rationalen Zahlen gelten für die Berechnungen der Termwerte folgende Rechenregeln:

a) Rechnungen in Klammern werden zuerst ausgeführt. Dabei beginnt man stets mit den innersten Klammern.

b) Punktrechnungen werden vor Strichrechnungen ausgeführt.

c) Potenzrechnungen werden vor Punktrechnungen und vor Strichrechnungen ausgeführt.

108) Beim Prozentrechnungen verwendet man folgende Grundbegriffe:

a) Das Ganze, dessen Anteile verglichen werden, nennt man den Grundwert.

b) Der Prozentsatz ist der Anteil am Ganzen (dem Grundwert) in Prozent; häufig wird der Prozentsatz als relative Häufigkeit bezeichnet.

c) Die Anzahl des „Anteils“ wird als Prozentwert bezeichnet; man verwendet auch den Begriff absolute Häufigkeit.

109) $\text{Prozentsatz} = \dfrac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$

110) $\text{Prozentwert} = \dfrac{\text{Prozentsatz}}{100} \cdot \text{Grundwert}$

111) $\text{Grundwert} = \dfrac{\text{Prozentwert}}{\text{Prozentsatz}} \cdot 100$

112) Gehört zum Doppelten, Dreifachen, Vierfachen ... einer Größe das Doppelte, Dreifache, Vierfache ... einer anderen Größe, so kann man von einem Vielfachen der einen Größe auf das entsprechende Vielfache der anderen Größe schließen (Dreisatzrechnung)