

Lösungen zu Aufgaben zur Bayes-Formel, Buch S. 143f

36. geg.: $P(D) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(F) = \frac{120}{200} = 0,6$; $P_D(B) = 0,6$; $P_F(B) = 0,2$

a) ges.: $P_B(F)$

$$\text{Bayes: } P_B(F) = \frac{P(F) \cdot P_F(B)}{P(F) \cdot P_F(B) + P(D) \cdot P_D(B)} = \frac{0,6 \cdot 0,2}{0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,6} = \frac{1}{3} = 33,3\%$$

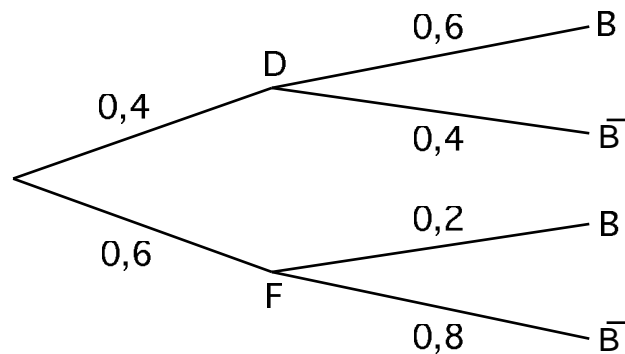
b) ges.: $P_{\bar{B}}(F)$

$$\text{Bayes: } P_{\bar{B}}(F) = \frac{P(F) \cdot P_F(\bar{B})}{P(F) \cdot P_F(\bar{B}) + P(D) \cdot P_D(\bar{B})} = \frac{0,6 \cdot 0,8}{0,6 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

c) ges.: $P_{\bar{B}}(D)$

$$\text{Bayes: } P_{\bar{B}}(D) = \frac{P(D) \cdot P_D(\bar{B})}{P(D) \cdot P_D(\bar{B}) + P(F) \cdot P_F(\bar{B})} = \frac{0,4 \cdot 0,4}{0,4 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,8} = \frac{1}{4} = 25\%$$

	D	F	
B	0,24	0,12	0,36
\bar{B}	0,16	0,48	0,64
	0,40	0,60	



37. geg.: $P(D) = \frac{80}{240} = \frac{1}{3}$; $P(F) = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$; $P(I) = \frac{40}{240} = \frac{1}{6}$; $P_D(B) = 0,6$; $P_F(B) = 0,2$; $P_I(B) = 0,1$

a) ges.: $P_B(F)$

$$\text{Bayes: } P_B(F) = \frac{P(F) \cdot P_F(B)}{P(F) \cdot P_F(B) + P(D) \cdot P_D(B) + P(I) \cdot P_I(B)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,2}{\frac{1}{2} \cdot 0,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{6} \cdot 0,1} = \frac{6}{19}$$

b) ges.: $P_{\bar{B}}(F)$

$$\text{Bayes: } P_{\bar{B}}(F) = \frac{P(F) \cdot P_F(\bar{B})}{P(F) \cdot P_F(\bar{B}) + P(D) \cdot P_D(\bar{B}) + P(I) \cdot P_I(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,8}{\frac{1}{2} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{6} \cdot 0,9} = \frac{24}{41}$$

c) ges.: $P_{\bar{B}}(D)$

$$\text{Bayes: } P_{\bar{B}}(D) = \frac{P(D) \cdot P_D(\bar{B})}{P(F) \cdot P_F(\bar{B}) + P(D) \cdot P_D(\bar{B}) + P(I) \cdot P_I(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,4}{\frac{1}{2} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{6} \cdot 0,9} = \frac{8}{41}$$

Zusatz: ges.: $P_{\bar{B}}(I)$

$$\text{Bayes: } P_{\bar{B}}(I) = \frac{P(I) \cdot P_I(\bar{B})}{P(F) \cdot P_F(\bar{B}) + P(D) \cdot P_D(\bar{B}) + P(I) \cdot P_I(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0,9}{\frac{1}{2} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{6} \cdot 0,9} = \frac{9}{41}$$

44. geg.: $P(9a) = \frac{24}{24+28+28} = \frac{3}{10} = 0,3$; $P(9b) = P(9c) = \frac{28}{24+28+28} = \frac{7}{20} = 0,35$
 $P_{9a}(L) = 0,95$; $P_{9b}(L) = 0,80$; $P_{9c}(L) = 0,90$

ges.: $P_{\bar{L}}(9a)$; $P_{\bar{L}}(9b)$; $P_{\bar{L}}(9c)$

$$P_{\bar{L}}(9a) = \frac{P(9a) \cdot P_{9a}(\bar{L})}{P(9a) \cdot P_{9a}(\bar{L}) + P(9b) \cdot P_{9b}(\bar{L}) + P(9c) \cdot P_{9c}(\bar{L})} = \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{20}}{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{5} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{1}{8}$$

$$P_{\bar{L}}(9b) = \frac{P(9b) \cdot P_{9b}(\bar{L})}{P(9a) \cdot P_{9a}(\bar{L}) + P(9b) \cdot P_{9b}(\bar{L}) + P(9c) \cdot P_{9c}(\bar{L})} = \frac{\frac{7}{20} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{5} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{7}{12}$$

$$P_{\bar{L}}(9c) = \frac{P(9c) \cdot P_{9c}(\bar{L})}{P(9a) \cdot P_{9a}(\bar{L}) + P(9b) \cdot P_{9b}(\bar{L}) + P(9c) \cdot P_{9c}(\bar{L})} = \frac{\frac{7}{20} \cdot \frac{1}{10}}{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{5} + \frac{7}{20} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{7}{24}$$

45. geg.: $P(K1) = P(K2) = P(K3) = \frac{1}{3}$;
 $P_{K1}(G) = 1$; $P_{K1}(S) = 0$; $P_{K2}(G) = 0$; $P_{K2}(S) = 1$; $P_{K3}(G) = P_{K3}(S) = 0,5$

ges.: $P(\text{"zweites Gold"}) = P_G(K1)$; $P(\text{"dazu Silber"}) = P_G(K3)$

$$P_G(K1) = \frac{P(K1) \cdot P_{K1}(G)}{P(K1) \cdot P_{K1}(G) + P(K2) \cdot P_{K2}(G) + P(K3) \cdot P_{K3}(G)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 0,5} = \frac{2}{3}$$

$$P_G(K3) = \frac{P(K3) \cdot P_{K3}(G)}{P(K1) \cdot P_{K1}(G) + P(K2) \cdot P_{K2}(G) + P(K3) \cdot P_{K3}(G)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,5}{\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 0,5} = \frac{1}{3}$$