

Lösungen zu Grenzwerten mit der e-Funktion, Buch S. 115/63

a) $x \rightarrow \pm\infty: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$

$x \xrightarrow{>} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{>} 0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$ $x \xrightarrow{<} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -\infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{<} 0} e^{\frac{1}{x}} = 0$

b) $x \rightarrow \pm\infty: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} = \frac{1-1}{1+1} = 0$

$x \xrightarrow{>} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1-e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{\left(1-e^{\frac{1}{x}}\right) \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right) \cdot e^{-\frac{1}{x}}} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{e^{-\frac{1}{x}} - 1}{e^{-\frac{1}{x}} + 1} = \frac{0-1}{0+1} = -1$

$x \xrightarrow{<} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -\infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{1-e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$

c) $x \rightarrow \infty: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0; \text{pos.} \Rightarrow e^{\frac{1}{x}} \rightarrow 1; e^{\frac{1}{x}} > 1 \Rightarrow 1-e^{\frac{1}{x}} \rightarrow 0; \text{neg.} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}} = -\infty$

$x \rightarrow -\infty: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow 0; \text{neg.} \Rightarrow e^{\frac{1}{x}} \rightarrow 1; e^{\frac{1}{x}} < 1 \Rightarrow 1-e^{\frac{1}{x}} \rightarrow 0; \text{pos.} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}} = \infty$

$x \xrightarrow{>} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}} = 0$

$x \xrightarrow{<} 0: \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -\infty \Rightarrow \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}} = \frac{1}{1-0} = 1$

d) $x \rightarrow \infty: \text{Zähler} \rightarrow \infty; \text{Nenner} \rightarrow -e^{-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{-|x|} - e^{-1}} = -\infty$

$x \rightarrow -\infty: \text{Zähler} \rightarrow -\infty; \text{Nenner} \rightarrow -e^{-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-|x|} - e^{-1}} = \infty$

$x \rightarrow 0: \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^{-|x|} - e^{-1}} = \frac{0}{1-e^{-1}} = 0$