

Aufgabenblatt zur linearen Abhängigkeit von Vektoren

12. a) Stelle den Vektor $\vec{a} = (2 \mid -1 \mid 3)$ aus dem Vektorraum der reellen Tripel als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1 = (2 \mid 4 \mid 3)$, $\vec{a}_2 = (1 \mid 0 \mid -2)$ und $\vec{a}_3 = (4 \mid -3 \mid 2)$ dar und gib die Nullsumme der Vektoren \vec{a} , \vec{a}_1 , \vec{a}_2 und \vec{a}_3 an.
- b) Kann man den Vektor $\vec{a} = (3 \mid -5 \mid 2)$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1 = (-1 \mid 2 \mid -5)$, $\vec{a}_2 = (3 \mid 4 \mid 1)$ und $\vec{a}_3 = (4 \mid 12 \mid -8)$ darstellen?
13. Für welchen Wert von s läßt sich der Vektor $\vec{a} = (-2 \mid 5 \mid s)$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1 = (1 \mid -2 \mid 0)$ und $\vec{a}_2 = (4 \mid -3 \mid 5)$ darstellen?
Gib dafür die Nullsumme der Vektoren \vec{a} , \vec{a}_1 und \vec{a}_2 an.
14. Ist $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ linear abhängig für:
- a) $\vec{a} = (7 \mid 5)$, $\vec{b} = (1 \mid -1)$
 - b) $\vec{a} = (-2 \mid 4)$, $\vec{b} = (8 \mid -16)$
 - c) $\vec{a} = (1 \mid -3 \mid 5 \mid 2)$, $\vec{b} = (-6 \mid 18 \mid -20 \mid -12)$
 - d) $\vec{a} = (3 \mid -5 \mid 4 \mid -2)$, $\vec{b} = (-1 \mid \frac{5}{3} \mid -\frac{4}{3} \mid \frac{2}{3})$
15. Sind die Vektoren $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{b} - \vec{c}$ und $\vec{a} + \vec{b}$ linear unabhängig, wenn \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} linear unabhängig sind?
16. Untersuche die folgenden Mengen von Vektoren auf lineare Unabhängigkeit:
- a) $\{(3 \mid 2 \mid -1), (-1 \mid 1 \mid 0), (0 \mid 10 \mid -2)\}$
 - b) $\{(4 \mid 5 \mid -2), (0 \mid 0 \mid 0), (-1 \mid 3 \mid 2)\}$
 - c) $\{(2 \mid -3 \mid 1), (-1 \mid \frac{3}{2} \mid -\frac{1}{2})\}$ und $\{(2 \mid -3 \mid 1), (-1 \mid \frac{3}{2} \mid -\frac{1}{2}), (5 \mid -2 \mid 0)\}$
 - d) $\{\vec{a}, \vec{b}, 2 \cdot \vec{a}\}$ mit $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{V}$