

Aufgabenblatt zur Kombinatorik

1. Bei einem 100m-Lauf starten 8 Läufer, unter denen sich 2 Läufer desselben Vereins befinden. Die Startplätze werden ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit starten die Läufer desselben Vereins nebeneinander?
2. Aus einer Sendung von 50 Glühbirnen, von denen 5 defekt sind, werden zufällig drei Glühbirnen ausgewählt.
Berechne die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:
 - a) Keine der drei Glühbirnen ist defekt.
 - b) Genau eine der drei Glühbirnen ist defekt.
 - c) Mindestens eine der drei Glühbirnen ist defekt.
3. Ein Kaufhaus erhält jede Woche eine Sendung von 50 Taschenrechnern. Die Sendung wird angenommen, wenn bei einer Stichprobe von 10 Taschenrechnern höchstens einer defekt ist.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Sendung mit 4 defekten Taschenrechnern angenommen wird.
4. Isabel steht vor einem Zigarettenautomaten, bei dem ein Anarchist die Beschriftung mit einer Sprühdose unleserlich gemacht hat. Da sie nicht weiß, in welchem Fach sich ihre Lieblingsmarke befindet, beschließt sie, ihre letzten drei 5-Mark-Stücke zu opfern, und aus drei der 10 Fächer eine Packung zu ziehen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die gewünschte Packung dabei ist.
5. Vier Politiker sollen nebeneinander auf einem Gruppenbild für die Presse vereinigt werden, können sich aber über die Anordnung nicht einigen. Man beschließt, alle Anordnungen aufzunehmen, die Bilder in eine Urne zu legen und daraus das Bild für die Presse zu ziehen.
6. Das Verfahren der vorhergehenden Aufgabe hat sich bewährt und soll auf den Fall übertragen werden, daß fünf Politiker von zwei Nationen aufgenommen werden sollen, wobei es allerdings nicht auf die Personen, sondern nur auf die Nationalität ankommt.
7. Aus 6 Personen, die bei einer Wahl gleiche Stimmenzahl erhalten haben, sollen vier durch Los in den Vorstand gewählt werden.
8. Bei einer Gesellschaft treffen sich m Personen. Jede drückt der anderen die Hand. Wie viele Händedrucke gibt es?
9. Auf einer Speisekarte stehen 3 Vorspeisen, 4 Hauptspeisen und 6 Nachspeisen. Wie viele verschiedene Menüs, bestehend aus Vorspeise, Hauptspeise und Nachspeise lassen sich daraus zusammenstellen?
10. Auf wieviele Arten können 5 rote, 3 blaue und 2 weiße Kugeln in eine Reihe gelegt werden?
11. Auf einem Bahnhof sollen vier gleichartige Gepäckwagen, 3 gleichartige Güterwagen und 6 gleichartige Personenwagen zu einem Zug zusammengestellt werden. Auf wieviele Arten ist dies möglich?
12. Eine Firma hat 3 verschiedene Autos und 7 Garagenplätze. Auf wie viele Arten kann man die Autos auf die Garagenplätze stellen?
13. Bei einem Kombinationsschloß hat jeder der vier nebeneinanderliegenden Ringe vier mögliche Einstellungen. Eine einzige Kombination öffnet das Schloß. Wie viele solcher Kombinationen gibt es?
14. Bei einer Prüfungsarbeit sind 5 Aufgaben zu lösen, 2 Aufgaben aus der Geometrie und 3 aus der Algebra. Aus der Geometrie sind 4 Aufgaben, aus der Algebra 6 Aufgaben zur Wahl gestellt. Wie viele Zusammenstellungen sind für die Prüfungsarbeit möglich?
15. Beim Schafkopf werden 32 Karten auf 4 Spieler gleichmäßig verteilt. Wie viele verschiedene Spiele kann ein Spieler erhalten?
16. Gegeben sind die Ziffern 1, 2, ..., 6.
 - a) Wie viele 6-stellige Zahlen lassen sich bilden, wenn jede Ziffer in einer Zahl nur einmal auftreten soll?
 - b) Wie viele 3-stelligen Zahlen lassen sich so bilden?
 - c) Sämtliche 6-stelligen Zahlen aus a) seien aufsteigend der Größe nach geordnet. An welcher Stelle steht die kleinste Zahl, die mit 4 beginnt?
17. Wie viele 6-stelligen Zahlen gibt es, die die Eins einmal, die Zwei zweimal und die Drei dreimal enthalten?
18. Bei einer Gesellschaft sollen 8 Personen um einen runden Tisch sitzen. Der Gastgeber probiert alle möglichen Tischordnungen durch, wobei es nicht auf den Stuhl, sondern auf die Tischnachbarn ankommt. Zwei Tischordnungen zählen also als gleich, wenn jeder dieselben Nachbarn hat. Wie viele Möglichkeiten hat der Gastgeber?

19. Eine Laplace-Münze wird 10-mal geworfen, das Ergebnis ist jedesmal K oder Z. Konstruiere einen Ergebnisraum, wenn es
a) auf die Reihenfolge der einzelnen Ergebnisse ankommt,
b) auf die Reihenfolge nicht ankommt.
Bestimme in beiden Fällen die Mächtigkeit des Ergebnisraumes. Sind die jeweiligen Elementarereignisse gleichwahrscheinlich?
20. Eine Laplace-Münze wird 3-mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: „Das Symbol K kommt genau zweimal vor“ ?
21. Aus den Ziffern 1, 2, 3, 4 werden zufällig verschieden-ziffrige 3-stellige Zahlen gebildet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine so gebildete Zahl die Ziffern 1 und 2 enthält?
22. Aus den Ziffern 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4 werden zufällig 8-ziffrige Zahlen gebildet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine solche Zahl a) mit 22 beginnt? b) mit 123 beginnt?
23. Ein Laplace-Würfel wird 4-mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
A: „Die 4 Augenzahlen sind untereinander paarweise verschieden“;
B: „Das Ergebnis zeigt höchstens 3 gleiche Augenzahlen“;
C: „Im Ergebnis erscheint genau zweimal Augenzahl 1, einmal Augenzahl 2 und einmal Augenzahl 3“ ?
24. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß
a) bei 4 Würfeln mit einem Laplace-Würfel mindestens eine Sechs auftritt;
b) bei 24 Würfeln mit zwei Laplace-Würfeln mindestens eine Doppelsechs auftritt.
25. Ein Laplace-Würfel wird dreimal geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A₁: „Augenzahl 6 nur beim 1. Wurf“,
A₂: „Augenzahl 6 bei genau einem Wurf“,
A₃: „Augenzahl 6 nur beim 1. und 3. Wurf“,
A₄: „Augenzahl 6 bei genau zwei Würfeln“,
A₅: „Augenzahl 6 bei mindestens einem Wurf“,
A₆: „Augenzahl 6 bei mindestens zwei Würfeln“,
A₇: „Genau 2 gleiche Augenzahlen“,
A₈: „Mindestens 2 gleiche Augenzahlen“,
A₉: „Lauter verschiedene Augenzahlen“,
A₁₀: „Augensumme 10“.
26. Ein Laplace-Würfel wird dreimal geworfen. S sei das Ereignis: „Augensumme s“.
a) Bestätige folgende Tabelle:
- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| s | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| S | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 25 | 27 | 27 | 25 | 21 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1 |
- b) Bestimme mit Hilfe dieser Tabelle die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A₁: „Augensumme gerade“,
A₂: „Augensumme durch 3 teilbar“,
A₃: „Augensumme Primzahl“,
A₄: „Augensumme größer als 7“,
A₅: „Augensumme kleiner als 11“.
27. Berechne unter der Annahme, daß die Wahrscheinlichkeit, an einem bestimmten Tag Geburtstag zu haben, für alle Tage des Jahres dieselbe ist - Schaltjahre ausgeschlossen -, die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A₁: „Zwei zufällig ausgewählte Personen haben an verschiedenen Tagen Geburtstag“,
A₂: „Die Geburtstage zweier zufällig ausgewählter Personen fallen zusammen“,
A₃: „Von drei zufällig ausgewählten Personen hat jede an einem anderen Tag Geburtstag“,
A₄: „Von drei zufällig ausgewählten Personen haben mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag“,
A₅: „Von k zufällig ausgewählten Personen ($k \leq 365$) haben mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag“.
28. Eine Gruppe von 4 Mädchen und 4 Jungen wird zufällig in zwei gleichstarke Gruppen aufgeteilt. Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis: „Jede Gruppe enthält gleich viele Jungen und Mädchen“.
29. Von 5 Personen merke sich jede genau eine der Ziffern 0, 1, ..., 9. Wie groß ist die Laplace-Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich mindestens zwei Personen dieselbe Ziffer merken?
30. k nicht unterscheidbare Teilchen werden zufällig auf n Kästchen verteilt, wobei $k \leq n$. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „In k fest ausgewählten Kästchen befindet sich je ein Teilchen“,
B: „In beliebigen k Kästchen befindet sich je ein Teilchen“.
(Aufgaben dieser Art spielen in der modernen statistischen Physik eine wichtige Rolle.)