Aufgabenblatt: Ebenen

42. Die drei Punkte A, B, C, die durch ihre Ortsvektoren gegeben sind, spannen eine Ebene auf. Prüfe nach, ob der Punkt D dieser Ebene angehört:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{D} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

43. Geg.: $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 14 \\ -8 \\ 17 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) Zeige, daß g und h sich schneiden.
b) Gib die Parameterform der von g und h aufgespannten Ebene an.

44. Geg.: $E: 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 7 = 0$

$$F: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechne den Schnittpunkt der Geraden g mit der Ebene E bzw. F.

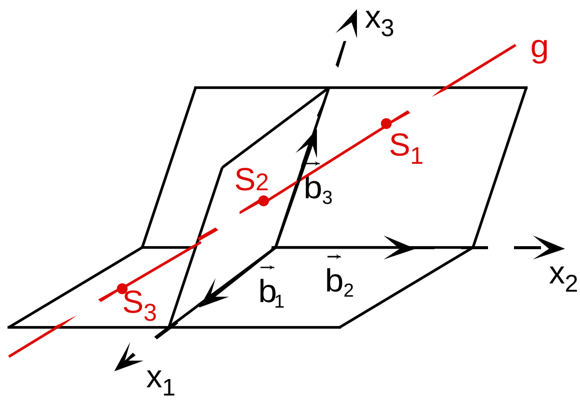
45. Geg.: $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

a) Berechne die Schnittpunkte der Koordinaten achsen mit der Ebene E.
b) Berechne den Punkt der Ebene E, dessen Projektion (parallel zur x_3-Achse) auf die Ebene $x_3 = 0$ die Koordinaten (–4 | 3 | 0) hat.
c) Gibt es einen Punkt P in E, dessen drei Koordinaten gleich sind?

46. Punkte, in denen Geraden die Grundebenen schneiden, heißen **Spurpunkte** der Geraden.
Bestimme gegebenenfalls die Spurpunkte Geraden

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

in der x_1x_2-Ebene und in der x_1x_3-Ebene.



47. Ermittle die Koordinatenform der Ebenengleichungen:

a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

48. Folgende Ebenen haben im Koordinatensystem eine besondere Lage. Beschreibe diese:

a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

49. Bestimme die Schnittgerade der beiden Ebenen

$E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $F: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$