Lösungen: Wiederholungsaufgaben zum Rechnen mit Klammern und Bruchtermen

1. a) $\left(-\frac{350}{210}\right)+\left(+\frac{210}{350}\right)=-\frac{5}{3}+\frac{3}{5}=-\frac{25}{15}+\frac{9}{15}=-\frac{16}{15}=-1\frac{1}{15}$

   b) $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left\{\left[\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{8}\right)\right]+(-0,7)\right\}=\frac{1}{5}+\left\{\left[-\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right]-0,7\right\}=\frac{1}{5}+\left\{\left[-\frac{6}{8}+\frac{5}{8}\right]-0,7\right\}=\frac{1}{5}+\left\{-\frac{1}{8}-0,7\right\}$

   $=0,2-0,125-0,7=-0,625=-\frac{5}{8}$

   c) $\left|\left(-\frac{1}{24}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right|+\left(-\left|+\frac{7}{12}\right|\right)-\left(+\left|-\frac{1}{4}\right|\right)=\left|-\frac{1}{24}-\frac{16}{24}\right|-\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{17}{24}-\frac{14}{24}-\frac{6}{24}=-\frac{3}{24}=-\frac{1}{8}$

2. $2v-(4vw+4v-w)+(3vw-5w)-(-3v-3w-vw)$

   $=2v-4vw-4v+w+3vw-5w+3v+3w+vw=v-w$

3. a) $1-(-3)\cdot[-5-(+3)\cdot(-4)]-(-5)\cdot(-3)=1+3\cdot[-5+12]-15=1+3\cdot7-15=1+21-15=7$

   b) $\left[\left(+\frac{19}{17}\right):\left(-1\frac{5}{34}\right)\right]:\left(-3\frac{17}{26}\right)=\left[-\frac{19}{17}\cdot\frac{34}{39}\right]\cdot\left(-\frac{26}{95}\right)=\frac{19\cdot34\cdot26}{17\cdot39\cdot95}=\frac{1\cdot2\cdot2}{1\cdot3\cdot5}=\frac{4}{15}$

   c) $|(-2,7)\cdot(+1,4)|\cdot(-0,3)-(-1,7)\cdot|(-2,4)\cdot(-0,2)|=3,78\cdot(-0,3)+1,7\cdot0,48$

   $=-1,134+0,816=-0,318$

4. $\frac{1}{4}x-\left\{\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y\right)+\left(-\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}y\right)-\left[\left(-\frac{5}{6}x+\frac{11}{16}y\right)-\left(1\frac{3}{16}y-\frac{1}{6}x\right)\right]\right\}$

   $=\frac{1}{4}x-\left\{\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}y-\left[-\frac{5}{6}x+\frac{11}{16}y-1\frac{3}{16}y+\frac{1}{6}x\right]\right\}$

   $=\frac{1}{4}x-\left\{\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}y+\frac{5}{6}x-\frac{11}{16}y+1\frac{3}{16}y-\frac{1}{6}x\right\}$

   $=\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{3}{4}x+\frac{1}{6}y-\frac{5}{6}x+\frac{11}{16}y-1\frac{3}{16}y+\frac{1}{6}x=\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}x-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}y+\frac{11}{16}y-1\frac{3}{16}y$

   $=\frac{3}{12}x-\frac{4}{12}x+\frac{9}{12}x-\frac{10}{12}x+\frac{2}{12}x+\frac{2}{6}y+\frac{1}{6}y+\frac{11}{16}y-1\frac{3}{16}y=\frac{0}{12}x+\frac{3}{6}y-\frac{8}{16}y=0$

5. $(2a-3b)\cdot(2a-b)-2b\cdot(13a-b)-(4a-b)\cdot(a-5b)$

   $=4a^2-2ab-6ab+3b^2-26ab+2b^2-\left(4a^2-20ab-ab+5b^2\right)$

   $=4a^2-34ab+5b^2-4a^2+21ab-5b^2=-13ab$

6. a) $\left(\frac{1}{2}y+6x\right)^2\cdot\left(6x-\frac{1}{2}y\right)^2=\left[\left(6x+\frac{1}{2}y\right)\cdot\left(6x-\frac{1}{2}y\right)\right]^2=\left(36x^2-\frac{1}{4}y^2\right)^2=1296x^4-18x^2y^2+\frac{1}{16}y^4$

   b) $(13m+16n)^2-(14m+17n)(17n-14m)=169m^2+416mn+256n^2-\left(289n^2-196m^2\right)$

   $=169m^2+416mn+256n^2-289n^2+196m^2=365m^2+416mn-33n^2$

7. Wenn den Ausdruck umschreibt zu: $\cdots+\frac{1}{2}x^2(x-y)^2z^2+\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2$

   und mit $a^2+2ab+b^2$ vergleicht, dann bekommt man: $b=\frac{1}{2}x^2$

   Der mittlere Term ist: $2ab=\frac{1}{2}x^2(x-y)^2z^2=b(x-y)^2z^2 \;\Rightarrow\; a=\frac{1}{2}(x-y)^2z^2$

   In dem gegebenen Ausdruck muß vorne a^2 ergänzt werden. Man bekommt also:

   $\frac{1}{4}(x-y)^4z^4+\frac{1}{2}x^2(x-y)^2z^2+\frac{1}{4}x^4$. Dies entspricht: $\left(\frac{1}{2}(x-y)^2z^2+\frac{1}{2}x^2\right)^2$

8. a) $45x^2y^3z-30x^2y^2z+75x^3y^2=15x^2y^2\cdot(3yz-2z+5x)$

   b) $64a^3b^2-96a^2b^3+36ab^4=4ab^2\cdot\left(16a^2-24ab+9b^2\right)=4ab^2\cdot(4a-3b)^2$

   c) $r^2-4s^2-4t^2-8st=r^2-4\left(s^2+2st+t^2\right)=r^2-[2(s+t)]^2=[r-2(s+t)]\cdot[r+2(s+t)]$

9. a) $2x-3\cdot(4-6x)+21=11-5\cdot(2x-4)-3x \;\Leftrightarrow\; 2x-12+18x+21=11-10x+20-3x$

   $\Leftrightarrow\; 20x+9=31-13x \;\Leftrightarrow\; 33x=22 \;\Leftrightarrow\; x=\frac{2}{3};\;\mathbb{L}=\left\{\frac{2}{3}\right\}$

   b) $5\cdot\left(\frac{1}{2}x+7\right)+\frac{1}{6}\cdot(9x-90)=-(5+x) \;\Leftrightarrow\; \frac{5}{2}x+35+\frac{3}{2}x-15=-5-x$

   $\Leftrightarrow\; 4x+20=-5-x \;\Leftrightarrow\; 5x=-25 \;\Leftrightarrow\; x=-5;\;\mathbb{L}=\{-5\}$

   c) $\frac{1}{3}\cdot(x+3)\cdot(x-3)<(x-3)^2-\frac{2}{3}x^2 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\cdot\left(x^2-9\right)<x^2-6x+9-\frac{2}{3}x^2 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-3<\frac{1}{3}x^2-6x+9$

   $\Leftrightarrow\; -3<-6x+9 \;\Leftrightarrow\; 6x<12 \;\Leftrightarrow\; x<2;\;\mathbb{L}=\{x\mid x<2\}$

10. Für die Definitionsmenge gilt: der Nenner darf nicht 0 werden. Ansatz: $9x^2-4\cdot(3x+1)=0$

$\Rightarrow\ 9x^2-12x-4=0\ \Rightarrow\ x_{1;2}=\frac{12\pm\sqrt{144+144}}{18}=\frac{12\pm\sqrt{2\cdot 144}}{18}=\frac{12\pm 12\sqrt{2}}{18}=\frac{12\cdot(1\pm\sqrt{2})}{18}=\frac{2}{3}\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Da die einzigen Werte, für die der Nenner 0 wird, nicht in der Grundmenge enthalten sind, ist der Bruch in der ganzen Grundmenge definiert, also: $\mathbb{D}=\mathbb{Q}$.

11. a) $\frac{9t^2-1}{t-3t^2}=\frac{(3t-1)\cdot(3t+1)}{-t\cdot(3t-1)}=\frac{3t+1}{-t}$

b) $\frac{x^2-1}{4x(x-1)-2x^2+2}=\frac{(x-1)\cdot(x+1)}{4x(x-1)-2(x-1)}=\frac{(x-1)\cdot(x+1)}{2(x-1)\cdot[2x-1]}=\frac{x+1}{2(2x-1)}$

12. a) $\frac{a}{a-b}+\frac{a}{b-a}=\frac{a}{a-b}+\frac{a}{b-a}\cdot\frac{-1}{-1}=\frac{a}{a-b}+\frac{-a}{a-b}=\frac{a-a}{a-b}=0$

b) $\frac{1}{2(x-y)}-\frac{x}{x^2-y^2}-\frac{y-3x}{3x(y+x)-y(x+y)}=\frac{1}{2(x-y)}-\frac{x}{(x-y)(x+y)}-\frac{y-3x}{(x+y)\cdot[3x-y]}$

$=\frac{1\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}-\frac{x\cdot 2\cdot(3x-y)}{(x-y)(x+y)\cdot 2\cdot(3x-y)}-\frac{(y-3x)\cdot 2\cdot(x-y)}{(x+y)\cdot(3x-y)\cdot 2\cdot(x-y)}$

$=\frac{(x+y)\cdot(3x-y)-2x\cdot(3x-y)-2\cdot(x-y)\cdot(3x-y)}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}$

$=\frac{3x^2-xy+3xy-y^2-\left(6x^2-2xy\right)-\left(6x^2-2xy-6xy+2y^2\right)}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}$

$=\frac{3x^2-xy+3xy-y^2-6x^2+2xy-6x^2+2xy+6xy-2y^2}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}=\frac{-9x^2+12xy-3y^2}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}$

$=\frac{-3\cdot\left(3x^2-4xy+y^2\right)}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}=\frac{-3\cdot(3x-y)\cdot(x-y)}{2(x-y)\cdot(x+y)\cdot(3x-y)}=\frac{-3}{2(x+y)}$

13. a) $\frac{a^2+ab-2b^2}{a-b}-b=\frac{a^2+ab-2b^2-b\cdot(a-b)}{a-b}=\frac{a^2+ab-2b^2-ab+b^2}{a-b}=\frac{a^2-b^2}{a-b}=a+b$

b) $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2\right):\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)=\frac{x^2+y^2+2xy}{xy}:\frac{x^2-y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2}{xy}\cdot\frac{xy}{(x-y)(x+y)}=\frac{x+y}{x-y}$

14. a) 1. Nenner: $x+5=0\ \Rightarrow\ x=-5$; 2. Nenner: $x^2-25=0\ \Leftrightarrow\ x^2=25\ \Leftrightarrow\ x=\pm 5$

Da beide Nenner nicht 0 sein dürfen, folgt: $\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{-5;5\}$.

$x^2-25=(x-5)(x+5)$. Damit ist der Hauptnenner: $(x-5)(x+5)$.

Wenn man mit dem Hauptnenner durchmultipliziert, bekommt man:

$2\cdot(x-5)=-20\ \Leftrightarrow\ 2x-10=-20\ \Leftrightarrow\ 2x=-10\ \Leftrightarrow\ x=-5$

Da diese Lösung nicht in der Definitionsmenge ist, ist die Lösungsmenge leer.

b) 1. Nenner: $2x^2-18=0\ \Leftrightarrow\ 2\left(x^2-9\right)=0\ \Leftrightarrow\ 2(x-3)(x+3)=0\ \Leftrightarrow\ x_1=-3\ ;\ x_2=3$

2. Nenner: $x-3=0\ \Leftrightarrow\ x=3$

4. Nenner: $6x+18=0\ \Leftrightarrow\ 6(x+3)=0\ \Leftrightarrow\ x=-3$ Damit folgt: $\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

Mit diesen Zerlegungen in Faktoren folgt der Hauptnenner: $6(x-3)(x+3)$

Wenn man mit dem Hauptnenner durchmultipliziert, bekommt man:

$-2\cdot 3-2\cdot 6(x+3)=3(x-3)(x+3)-(3x+8)(x-3)$

$\Leftrightarrow\ -6-12x-36=3\left(x^2-9\right)-\left(3x^2-9x+8x-24\right)\ \Leftrightarrow\ -42-12x=3x^2-27-3x^2+x+24$

$\Leftrightarrow\ -39=13x\ \Leftrightarrow\ x=-3$.

Da diese Lösung nicht in der Definitionsmenge ist, ist die Lösungsmenge leer.

Lu