Lösung zur 2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik, Klasse 11c, 21.4.04

a)
$$\omega^2 = \frac{D}{m} \iff m = \frac{D}{\omega^2} = \frac{D}{(2\pi f)^2} = \frac{2.5 \frac{N}{m}}{(2\pi \cdot 2\frac{1}{s})^2} = 0,0158 \text{kg} = 15,8 \text{ g}$$

b) Die Ruhelage ist dort, wo sich der Körper ohne Schwingungen beim Anhängen an die Feder (nach dem Hookschen Gesetz) befindet. Die Amplitude der Schwingung ist also vom Punkt des Loslassens (bei entspannter Feder) bis zur Ruhelage und folgt aus dem Hookschen Gesetz (mit A für x):

$$F = D \cdot A \iff A = \frac{F}{D} = \frac{mg}{D} = \frac{0,0158 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{N}{\text{kg}}}{2,5 \frac{N}{m}} = 0,0621 \text{m} = 6,21 \text{cm}$$

c)
$$x(t) = A \cdot sin(\omega t) = A \cdot sin(2\pi f \cdot t)$$
 (d.h. positive Richtung nach unten)

$$x(0.6s) = 6.21cm \cdot sin(2\pi \cdot 2\frac{1}{s} \cdot 0.6s) = 5.91cm$$

von der Decke: $h = \underbrace{\ell + A}_{\text{Ruhelage}} + x(0.6s) = 40,0 \text{ cm} + 6,21 \text{ cm} + 5,91 \text{ cm} = 52,1 \text{ cm}$

$$v(t) = \omega A \cdot cos(\omega t) = \omega A \cdot cos(2\pi f \cdot t)$$

$$v(0,6s) = 2\pi \cdot 2\frac{1}{s} \cdot 0,0621m \cdot \cos(2\pi \cdot 2\frac{1}{s} \cdot 0,6s) = 0,241\frac{m}{s} = 24,1\frac{cm}{s}$$

Dies ist positiv, also bewegt er sich nach unten.

$$a(t) = -\omega^2 A \cdot \sin(\omega t) = -(2\pi f)^2 A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$$

$$a(0,6s) = -\left(2\pi \cdot 2\frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0,0621m \cdot sin\left(2\pi \cdot 2\frac{1}{s} \cdot 0,6s\right) = -9,33\frac{m}{s^2}$$

Dies ist negativ, also ist die Beschleunigung nach oben.

Anmerkung:

Die Periode berägt 0,500 s. Nach 0,625 s wäre der Körper zum zweien Mal im tiefsten Umkehrpunkt. Der angegebene Zeitpunkt liegt kurz davor.

Lu