S.172/27

7/27

a) $a < 0$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$;
$a \geq 0$: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$;

b) Achsensymmetrie zur y-Achse ;

c) keine Nullstelle für $a \leq 0$;
Nullstellen bei $a > 0$:
$x_1 = \frac{\sqrt{a}}{a}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{a}}{a}$;

d) Asymptoten: $y = a$;
nur für $a \geq 0$: $x = \sqrt{a}$; $x = -\sqrt{a}$;

e) $f'(x) = \frac{2x(1-a^2)}{(x^2-a)^2}$;

f) Der Zähler der 1. Ableitung ist ein Polynom 1. Grades; die Funktion hat damit genau eine Extremstelle.
Der Nenner ist immer größer als Null; deshalb läßt sich folgende Fallunterscheidung durchführen:
$x > 0 \wedge |a| < 1$: $f'(x) > 0 \Longrightarrow$ f monoton zunehmend
$x < 0 \wedge |a| < 1$: $f'(x) < 0 \Longrightarrow$ f monoton abnehmend
$\Longrightarrow$ Minimum bei $x = 0$ für $|a| < 1$.
$x < 0 \wedge |a| > 1$: $f'(x) > 0 \Longrightarrow$ f monoton zunehmend
$x > 0 \wedge |a| > 1$: $f'(x) < 0 \Longrightarrow$ f monoton abnehmend
$\Longrightarrow$ Maximum bei $x = 0$ für $|a| > 1$.

g) Ausnahmen: $a = 1$; $a = -1$; $a = 0$.

h) $S_1 : (1;-1)$, $S_2 : (-1;-1)$;

i) $a = 1$;

j) $f''(x) = \frac{(2a^2-2)(3x^2+a)}{(x^2-a)^3}$;
Ortslinie der Flachpunkte: $y = \frac{-3x^4-1}{4x^2}$.

k) Skizzen im Lehrbuch !