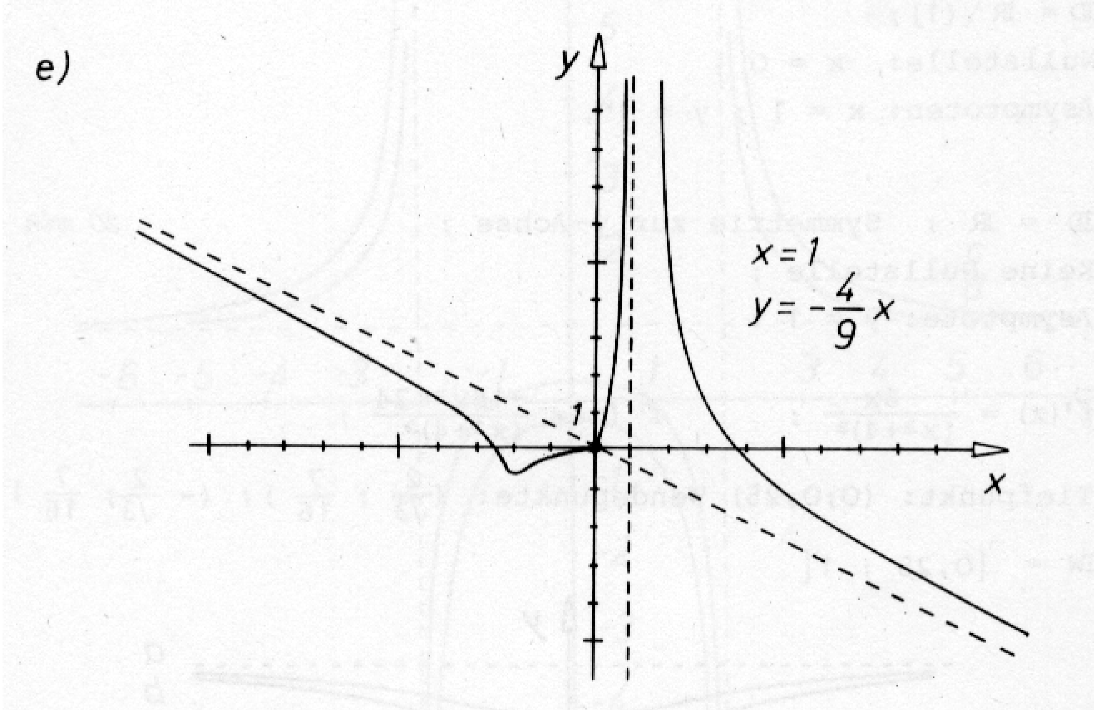
S.171/12e



S.171/18

<u>Fallunterscheidung:</u>

a) $a < 0$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$;

Nullstellen: $x_1 = 0$; $x_2 = -a$;

Asymptote: $y = -\frac{1}{a}$;

b) $a = 0$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $f_0(x) = x^2$!

Nullstelle: $x_1 = x_2 = 0$;

Tiefpunkt: $x_3 = 0$; $y_3 = 0$;

kein Wendepunkt ; keine Asymptote!

c) $a = 1$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$;

Definitionslücke in $(-1;0)$

Nullstelle: $x_1 = 0$!

Asymptote: $y = -1$;

d) $a \in \mathbb{R}^+\setminus\{1\}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{\frac{\sqrt{a}}{a}; -\frac{\sqrt{a}}{a}\}$;

Nullstellen: $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{a}$;

Asymptoten: $y = -\frac{1}{a}$; $x = \frac{\sqrt{a}}{a}$; $x = -\frac{\sqrt{a}}{a}$;

Alle Graphen von $f_a(x)$ mit Ausnahme von $f_1(x)$ laufen durch den Punkt $(-1;1)$!

$f'(x) = \frac{a^2x^2+2x+a}{(1-ax^2)^2}$; $f''(x) = \frac{2(a^3x^3+3ax^2+3a^2x+1)}{(1-ax^2)^3}$;

x-Werte der Extrempunkte: $x_3 = \frac{-1+\sqrt{1-a^3}}{a^2}$;

$x_4 = \frac{-1-\sqrt{1-a^3}}{a^2}$;

$\Longrightarrow$ Für $a > 1$ existieren keine Extrempunkte ;

Ortskurven der Extrempunkte:

$$y_3 = \frac{\sqrt{1-8x^3}-1}{4x} \quad ; \quad y_4 = \frac{-\sqrt{1-8x^3}-1}{4x} \quad ;$$

Die Bestimmung der Wendepunkte ist aufwendig (Cardanische Formeln). Eine Ortskurve wird deshalb nicht ermittelt.