S.40/6

6. Berechne

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} -3 & 5 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

$= 0$ $= -5$ $= 0$ $= 4$

e) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ g) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ h) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

$= 30$ $= 6$ $= 15$ $= 2$

S.40/7-8

7. Berechne und vereinfache

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1+a & 0 \\ 1 & 1 & 1+b \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & a & -b \\ -a & 1 & c \\ b & -c & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

a) $a(1+b)$ **b)** $1+a^2+b^2+c^2$ **c)** $bc^2-b^2c-ac^2+a^2c+ab^2-a^2b$

d) $\begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha\tan\beta & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha\tan\beta & \sin\alpha \\ 0 & -1 & \tan\beta \end{vmatrix}$

d) $-2(a^3+b^3)$ **e)** $(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2(\tan\beta)^2+(\sin\alpha)^2(\tan\beta)^2 =$

$$= 1+(\tan\beta)^2 = \frac{1}{(\cos\beta)^2}$$

8. Für welche Werte von a ist die Determinante null ?

a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 4 & a & 1 \\ 0 & -6 & 5 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} a & -2 & b \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 9 \end{vmatrix}$

det $= 10a+40$, $a = -4$ det $= 60+3a+9b$, $a = -20-3b$

c) $\begin{vmatrix} a & 5 & -4 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix}$

det $= -a^2-6a-9 = -(a+3)^2$ det $= 3a^2+a^3 = a^2(3+a)$

$a = -3$ $a = 0$ oder $a = -3$

S.41/11

11. Nimm x_3 als freien Parameter λ und löse mit der Cramer-Regel

a) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 2x_3 &= 2 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 &= 3 \end{aligned}$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) $\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 + 21x_3 &= 3 \\ 5x_1 + 3x_2 - 21x_3 &= 3 \end{aligned}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) $\begin{aligned} 7x_1 - 5x_2 + 21x_3 &= 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 11x_3 &= 0 \end{aligned}$

$$\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

S.41/12-13

12. Löse mit der Cramer-Regel $\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$

und nimm **a)** x_3 als freien Parameter λ
b) x_2 als freien Parameter μ
c) x_1 als freien Parameter ν

a) $\begin{pmatrix} -11 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 18 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ **c)** geht nicht wegen $D = 0$

13. Löse mit der Cramer-Regel

a) $\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \end{aligned}$

z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{aligned} -2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + x_3 &= 3 \end{aligned}$

z.B. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 3 \end{aligned}$

z.B. $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{aligned} x_1 + 6x_2 + 9x_3 &= 6 \\ 9x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 4 \end{aligned}$

z.B. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -1{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$