S.112/10d

$\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$

Da $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabh. sind und $\vec{v}, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanar sind, hat das Glsyst. (*) für beliebige $z \neq 0$ genau eine Lösung für x und y:

(*) $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{v} - z\vec{c}$

$$x\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix} + y\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-3\\13\end{pmatrix} - z\begin{pmatrix}-4\\-1\\6\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & 2x - 3y = 3 + 4z \\ (\mathrm{II})\quad & -x = -3 + z \quad \Rightarrow \underline{\underline{x = 3 - z}}\end{aligned}$$

(II) in (I): $2 \cdot (3 - z) - 3y = 3 + 4z$

$$\begin{aligned}-3y &= 3 + 4z - 6 + 2z \\ -3y &= -3 + 6z \\ \underline{\underline{y}} &\underline{\underline{= 1 - 2z}}\end{aligned}$$

<u>Zur Kontrolle</u>: x und y in III

$$\begin{aligned}4(3 - z) + (1 - 2z) &= 13 - 6z \\ 12 - 4z + 1 - 2z &= 13 - 6z \quad \checkmark\end{aligned}$$

<u>Lösung</u>: $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3-z\\1-2z\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix} + z\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix}$