

Facharbeitsthemen in Mathematik

(noch nicht endgültig formuliert)

1. Der Vektorraum der Pascaldreiecke

Unter einem Pascal-Dreieck soll ein dreieckiges Zahlenschema $P(a,b) = (p_{k,n})$ verstanden werden mit

$$p_{n,n} := a \text{ aus } \mathbf{R} \text{ für alle } n \text{ aus } \mathbf{N}_0$$

$$p_{0,n} := b \text{ aus } \mathbf{R} \text{ für alle } n \text{ aus } \mathbf{N}$$

$$p_{k,n} := p_{k-1,n-1} + p_{k,n-1} \text{ für alle } n,k \text{ aus } \mathbf{N} \text{ mit } k \leq n$$

Weisen Sie die Vektorraumeigenschaft nach, geben Sie eine Basis an und bestimmen Sie die Dimension des Vektorraumes. Zeigen Sie, dass jedem Pascal-Dreieck eineindeutig eine Fibonacci-Folge zugeordnet werden kann.

2. Geometrie auf der Kugel - Klärung von wichtigen Grundbegriffen und Sachverhalten mit Beispielen

3. Anwendung einiger Verfahren der numerischen Integration mit einem Computer

Theorie und Praxis des Rechteck-, und Simpson-Verfahrens.

4. Die Berührungsprobleme des Apollonius von Perge

Konstruieren Sie alle Kreise, die drei gegebene Kreise einer Ebene berühren. Diskutieren Sie auch die Fälle besonderer Lage und möglichen Entartungen ($r \rightarrow \infty$ bzw. $r \rightarrow 0$) der gegebenen Kreise.

5. Einige Probleme der ebenen Differentialgeometrie mit Beispielen

Kurve, Länge, Tangentenvektor, Krümmungsvektor, Hauptnormalenvektor, Krümmungsradius, begleitendes Zweibein.

6. Kurvendiskussion von Funktionenscharen

Gegeben sind die Funktionen

$$f_a(x) = \frac{a^2}{2a + 4(\ln|x|)^2 - 4a \ln|x|}$$

$$g(x) = e^x$$

$$h_a(x) = g(f_a(x))$$

Diskutieren Sie die Funktionenscharen f_a und h_a mit Fallunterscheidungen (maximale Definitionsmengen, Symmetrien, Nullstellen, Asymptoten, Extrema, gegebenenfalls Ortslinien der Extrema, Wertebereiche, Graphen).

Untersuchen Sie die Funktionenschar f_a insbesondere auf Wendepunkte (nur für $a=0$ und $a=2$) und Hüllkurven, Wo liegen die Schnittpunkte der Graphen von f_a und f_{-a} ? Welche Beziehung besteht zwischen den Parameterwerten jener Scharkurven (f_a), deren eine durch einen Extrempunkt der anderen geht? Gibt es Scharkurven (f_a), die sich einander berühren?

7. Entwurf eines kombinatorischen Spiels, bei dem ein Spieler im Vorteil ist, der sich in Kombinatorik gut auskennt

8. Die fünf Platonischen Körper

9. Lineare Differentialgleichungen

10. Die komplexen Zahlen und ihre Verwendung in der Physik

11. Rekursive Zahlenfolgen

12. Erstellung eines Computerprogrammes für das Rechnen mit gemischten Zahlen

13. Die e-Funktion als Wachstumsfunktion und ihre Anwendung in verschiedenen Bereichen der Schulfächer

14. Kurvendiskussion einer Funktionenschar

Gegeben ist der Funktionsterm

$$f_b(x) = \frac{(1 + 2be^{x-1})e^{\frac{x}{2}}}{2e^{x-1} - 2} .$$

Diskutieren Sie die Funktionenschar. Untersuchen Sie insbesondere die Ortslinie der Extrema. Die Wendepunkte können nicht elementar bestimmt werden. Machen Sie jedoch eine Fallunterscheidung für die Anzahl der WP mit Begründung. Gibt es Schnittpunkte zwischen Graphen der Schar? Gibt es eine Hüllkurve?

15. Der goldene Schnitt